图书分类号 V211 密级 非密

UDC 注1

硕 士 学 位 论 文

高速飞行器空气动力学数值分析

张艳军

指导教师（姓名、职称） 陈 国 光 教授

申请学位级别 工 学 硕 士

专业名称 工 程 力 学

论文提交日期____年____月____日

论文答辩日期____年____月____日

学位授予日期____年____月____日

论文评阅人____________

答辩委员会主席____________

2007 年 3 月 25 日

高速飞行器空气动力学数值分析

摘要

高速飞行器空气动力学数值分析是一种以计算流体力学为基础的准确、高效和实用的方法。目前国内外对计算流体力学的研究有从求解欧拉方程到求解 NS 方程，从求解二维问题到求解三维问题的趋势，它要求数值求解 NS 方程组来模拟粘性效应。

本文基于高速飞行器空气动力学数值分析，选用了雷诺平均 NS 方程（RANS），采用 $k-\varepsilon$ 模型，定义专门的边界模型条件，以压力、速度、温度、k 和 ε 为基本量进行迭代求解，对松弛因子的取值范围合理缩小化，根据 SIMPLE 算法和求解模型研制了相应的软件。对高速飞行器的流场进行数值分析，得出了在 0 攻角下，两种高速飞行器流场的速度分布、压力分布以及温度分布，并对来流为不同马赫数时，两种高速飞行器数值分析的阻力系数和风洞实验阻力系数进行比较，比较结果表明有一致性，从而验证了模型及软件的正确性。在此过程中主要做的以下几方面的研究：

1. 给出流体数学模型，定义专门的初始边界模型条件；
2. 各种湍流模型的对比；
3. 详细介绍了三维 SIMPLE 算法,给出求解器的设计方法；
4. 求解了两种高速飞行器气动参数，和风洞实验的气动参数作了比较，结果一致性比较好。

关键词： 计算流体力学，高速飞行器，SIMPLE

High Speed Aircraft Aerodynamics Numeric Analysis

ABSTRCT

High speed aircraft aerodynamics numeric analysis is a kind of exact effective and applied method which based on CFD. Nowadays ,The trend of the CFD research domain is from solving Euler equation to solving NS equation, from 2 dimensions to 3 dimensions, which requires numerically solving NS equation group to simulate viscosity domino effect.

Based on High Speed Aircraft Aerodynamics Numeric Analysis , RANS equation is chose, $k-\varepsilon$ equation model is adopted, special model boundary conditions are defined, pressure, velocity, temperature, k and ε as basic quantity are used to solve it by iteration, relaxation factor is downsized legally, corresponding software is designed to simulate the air field of the high speed aircraft according to SIMPLE algorithm and solving model, velocity field ,pressure field and the temperature field in the flow field around high speed aircraft is gained when attack angle is 0 degree and comparison is made on drag coefficient between numerical analysis and wind tunnel test when attack angle is 0 degree and flow comes in different velocity. Finally the consistency is got and the legitimacy of the model and software are checked .I did the research on the following jobs:

1. giving mathematic model, defining special model boundary conditions;
2. Comparing with all kinds of turbulence models and giving the design method of solver;
3. Introducing SIMPLE algorithm detailedly;
4. Solving pneumatic parameter of high speed aircraft and making comparison on drag coefficient between numerical analysis and wind tunnel test, finally getting the consistency.

KEYWORD: CFD, high speed aircraft, SIMPLE

原 创 性 声 明

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是本人在指导教师的指导下，独立进行研究所取得的成果。除文中已经注明引用的内容外，本论文不包含其他个人或集体已经发表或撰写过的科研成果。对本文的研究作出重要贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本声明的法律责任由本人承担。

论文作者签名：________________ 日期：________________

关于学位论文使用权的说明

本人完全了解中北大学有关保管、使用学位论文的规定，其中包括：①学校有权保管、并向有关部门送交学位论文的原件与复印件；②学校可以采用影印、缩印或其它复制手段复制并保存学位论文；③学校可允许学位论文被查阅或借阅；④学校可以学术交流为目的，复制赠送和交换学位论文；⑤学校可以公布学位论文的全部或部分内容（保密学位论文在解密后遵守此规定）。

签　　名：________________ 日期：________________

导师签名：陈国志 日期：2007.4.30.

第一章 绪论

1．1 研究的背景及意义

高速飞行器空气动力学数值分析是一种以计算流体力学为基础的准确、高效和实用的方法。在工程应用的需求和推动下，计算流体力学随着计算机的飞速发展和计算格式的 不断更新而得到迅猛发展，同时在工程实际中的应用范围也越来越广泛，逐步与地面试验、飞行实验一起成为飞行器性能分析、飞行器空气动力学设计和飞行器设计的三大工具。应用计算流体力学对高速飞行器空气动力学数值分析有重要意义：

首先是经济、快捷。计算流体力学(CFD)应用到航空领域具体为计算空气动力学，它既有助于我们理解复杂流动的物理本质，同时也是对风洞实验的一个补充，可以大大缩短飞行器设计和研制的周期，降低整个飞行器的设计费用。

其次是可直接获取基本方程的解。能给出流场包括对绕流物体的力、热、密度等所有详尽的数据，能够方便地识别一些关键参数的影响和探索力学现象相互作用的结果和规律。在概念设计、初步设计阶段，用计算流体动力学可以较快地进行技术可行性分析，多种方案的筛选。这一阶段如果进行试验，在时间和经费方向都将付出很大代价，而且不可能像计算那样在广阔的范围内筛选，通过计算，在广阔的范围内筛选后再用试验进行精选，可以更有效地保证质量和避免技术风险。

总之，在高速飞行器动力学数值分析中，广泛使用计算流体动力学不仅可以保证质量，减少和避免风险、而且可能以较小的代价获取飞行器的优化。

1．2 国内外研究现状

1．2．1 计算流体力学的研究

随着现代航空航天技术的高速发展，实际飞行中的飞行器周围的流场变得越来越复杂。复杂流动现象的主要研究手段是实验分析法和数值分析。实验分析法的结果比较真实，是检验理论结果和计算结果的重要标准，但存在着耗资昂贵、周期长、仿真条件受

限、不能显示和测量所有的流动现象、不能同时满足几个相似准则、有测量误差等不足之处。而对于描述复杂流动现象的数学模型方程，用解析方法求解是不可能的。因此，在六十年代产生了用数值方法模拟和分析流动现象的学科：计算流体力学(CFD)的发展一般可以分为4个阶段[1]：（1）线性化无粘近似；（2）非线性无粘近似，如欧拉方程；（3）雷诺平均RANS方程；（4）非定常N-S方程。例如六十年代研究了线性化方程的求解，七十年代进行了无粘位势流动方程的求解，八十年代开始对Euler/N-S方程的求解，同时数值模拟方法在工程实践中得到广泛发展。

近几年来，CFD技术发展主要表现在以下几个方面[2]：

（1）从求解欧拉方程发展到Navier-Stokes方程;从求解二维问题发展到三维问题;从简单翼型、机翼发展到全机实用外形，并且能模拟军用飞机与外挂导弹及民用飞机与短舱之间相互干扰的复杂流场;从计算小迎角发展到大迎角，从定常流场数值模拟发展到复杂的非定常流场数值模拟和相关问题求解;从亚、超音速发展到处理跨音速、高超音速问题。

(2)从空间、时间的一阶精度计算发展更高阶精度计算，

（3）大部分分析流体软件都采用有限体积的离散方法，目前流行的大型商业化CFD软件中只有FIDAP是使用有限元法的，而CFX、PHOENICS、STAR—CD、FLUENT等均采用有限容积法

(4)从利用结构网格发展到利用非结构网格进行流场离散;网格形态从规则的四边形、六面体结构网格已发展到更具有灵活性的三角形、四面体、多边形、多面体等非结构化网格，更具有对复杂接口的普遍适用性。

(5)网格可以分成许多不同结构的块(BlOCK)，允许不同结构块之间的数据通讯及交换，从而可以将复杂外形进行规则的划分，以适用于复杂的几何形状。

(6)网格单元间距的划分已实现了自适应化，可以根据问题物理量的变化梯度优化分布网格，提高解题精度及效率。并可以进行局部加密细化，提高局部的分辨率，更好地捕捉流动现象及机理。

(7)在间断面、线附近或存在计算不稳定情形下使用自动人工粘性技术，有利于获得平滑、稳定的数值解。

(8)采用多重网格加速来提高收敛的速度及稳定性。

(9)求解的技术也从单机运算发展到多CPU工作站，分布式微机网络，大规模机群并行计算，新的CFD程序设计思想逐渐实用化。其中包括面向对象的设计思想和各种并行计算设计方法，如：分区并行计算、共享内存的多CPU并行计算、采用分布式内存的大规模并行计算、采用工作站集群方式进行的网络化大规模并行计算等，代表了当今发展的潮流。

1.2.2 弹箭空气动力学的研究现状

自二十世纪六十年代以来CFD技术得到飞速发展，其原动力是不断增长的工业需求，而航空航天工业自始至终是最强大的推动力。传统飞行器设计方法试验昂贵、费时，所获信息有限，迫使人们需要用先进的计算机模拟手段指导设计，大量减少原型机试验，缩短研发周期，节约研究经费。四十年来，CFD在湍流模型、网格技术、数值算法、可视化、并行计算等方面取得飞速发展，并给工业界带来了革命性的变化。如国外飞机厂商用CFD取代大量实物试验，如美国战斗机YF-23采用CFD进行气动设计后比前一代YF-17减少了60%的风洞试验量。目前在航空、航天、汽车等工业领域，利用CFD进行的反复设计、分析、优化己成为标准的必经步骤和手段[3,4,62]。

长期以来，飞行器的气动弹性问题都是飞行器设计必须考虑的重要课题。从固定机翼飞行器问世的第一天起，人类就开始面临飞行器的气动弹性问题，1903年Langley的单翼机在作有动力的首次飞行时，就因为典型的静气动弹性扭转发散而折断了机翼。近100年来，随着飞行器研制的不断进步，飞机的气动弹性问题也日益成为影响飞行器飞行性能的难题，例如美国的F18-EIF战斗机的研制过程中，机翼在一定迎角下飞行时就遇到静气动弹性扭转发散的问题。我国在国产飞机的自行研制和型号改进的时候，也不只一次的遇到过抖振，嗡鸣等气动弹性问题。由于飞行器的气动弹性问题常常严重影响飞行器的飞行性能和乘坐舒适性，严重的还会造成飞机结构破坏，威胁乘员生命安全，所以必须深入研究，认真解决。目前，我国正在预研的第四代战斗机要求具有跨音速范围的高机动性和超音速巡航特性，正在研制的大型运输机、轰炸机、民用客机和新型无人机，一般都具有大展弦比或超大展弦比机翼，使得机翼的结构弹性变形较大，大量轻质复合材料的广泛应用，使得飞行器的结构刚度特性发生变化。这些新情况的出现使飞行器设

计中气动弹性问题日益突出。以往以刚性飞机为设计对象加以弹性修正的设计方法不能满足新型飞机的设计要求，需要以真实的弹性飞行器为对象直接进行飞行器气动特性研究分析，这些急待解决的新课题就使本文的研究具有了非常紧迫的现实意义。

由于飞行器气动弹性力学属于多学科交叉的学科，其研究的问题同时涉及到流体力学、固体力学以及控制理论等多个学科的难点，因此飞行器的气动弹性一直以来都是飞行器设计工作者必须面对的重要研究难题。在以往的飞行器设计过程中，飞行器设计工作者主要是通过实验来获取飞行器气动弹性特性。由于气动弹性的风洞实验较之定常流场实验，需要设计专门的实验仪器，实验过程非常复杂，精度也有限，而飞行器飞行试验危险系数很大。因此飞行器设计工作者一般很难准确得到飞行器的气动弹性特性，只能主要通过一些工程计算方法，从结构力学角度对飞行器的气动弹性特性进行预测。例如目前大多数工程上应用的频域方法，其气动力的求解都是基于线性的升力面理论，气动力的求解只能满足亚音速，低马赫数的气动弹性计算。而在飞行器跨音速阶段，由于紊流附面层，跨音速流动的分离，激波的不稳定波动，以及激波附面层的干扰等现象的出现，气动力将会出现复杂的非线性特性，气动力的非线性变化使得传统的工程算法求解的气动力与实际情况相差甚远。例如颤振，很多飞行器的颤振速度会在跨音速阶段出现特有的“凹坑”现象，使飞行器在跨音速阶段发生颤振的可能性大大增加。过去飞行器设计人员在设计阶段由于很难准确获得飞行器跨音速的气动弹性特性，只能通过飞行器亚音速气动弹性特性进行估测，严格控制飞行包线来避免跨音速的气动弹性不稳定。当飞行器上天后遇到气动弹性问题，也只能通过一些经验办法，如增加机翼刚度，加扰流片等来加以控制。这样的设计手段对飞行器的设计不但效率极低，而且准确性不够高，容易出现飞行事故危及飞行员安全，甚至导致飞行器设计失败。因此飞行器的工程设计中急需一种准确高效的方法来分析弹性飞行器的跨音速气动弹性特性，并提供有效克服气动弹性问题的方法。

1.3 本文的主要工作

本文基于RANS方程，选取合适的湍流模型和算法，定义专门的边界条件，研制了相应的求解器。具体的工作内容包括：

1．介绍了三维直角坐标系下的流动控制方程，定义专门的初始边界模型条件，给出了基于有限体积法下的离散方程；

2．各种湍流模型的对比，采用$k-\varepsilon$湍流模型进行湍流的数值模拟；

3．详细介绍了三维SIMPLE算法，给出求解器的设计方法，研制了相应的软件。

第二章　计算流体力学

2.1 CFD方法综述

CFD方法是对流场的控制方程组用数值方法将其离散到一系列网格节点上，并求其离散数值解的一种方法。控制所有流体流动的基本规律是：质量守恒定律、动量守恒定律和能量守恒定律。由它们可以分别导出连续性方程、动量方程和能量方程，得到纳维尔——斯托克斯偏微分方程组，简称为N—S方程组。N—S方程组是流体流动所必需遵守的普遍规律。在守恒方程组的基础上，加上反映流体流动特殊性质的数学模型(如湍流模型、燃烧模型、多相流模型等)和边界条件、初始条件，构成封闭的方程组来数学描述特定流场、流体的流动规律。

2.2 CFD的求解步骤[5]

1 建立反映工程问题或物理问题本质的数学模型。具体地说就是要建立反映问题各个量之间关系的微分方程及相应的定解条件，这是数值模拟的出发点。没有正确完善的数学模型，数值模拟就毫无意义。流体的基本控制方程通常包括质量守恒方程、动量守恒方程、能量守恒方程，以及这些方程相应的定解条件。

2 寻求高效率、高准确度的计算方法，即建立针对控制方程的数值离散化方法，如有限差分法、有限元法、有限体积法等。

3 编制程序和进行计算。这部分工作包括计算网格划分、初始条件和边界条件的输入、控制参数的设定等。这是整个工作中花时间最多的部分。由于求解比较复杂，比如Navier-Stokes方程就是一个十分复杂的非线性方程，数值求解方法在理论上不是绝对完善的，所以需要通过实验加以验证。正是从这个意义上讲，数值模拟又叫数值试验。应该指出，这部分工作不是轻而易举就可以完成的。

4 显示计算结果。计算结果一般通过图表等方式显示，这对检查和判断分析质量和结果有重要参考意义。

2．3 CFD 的求解过程

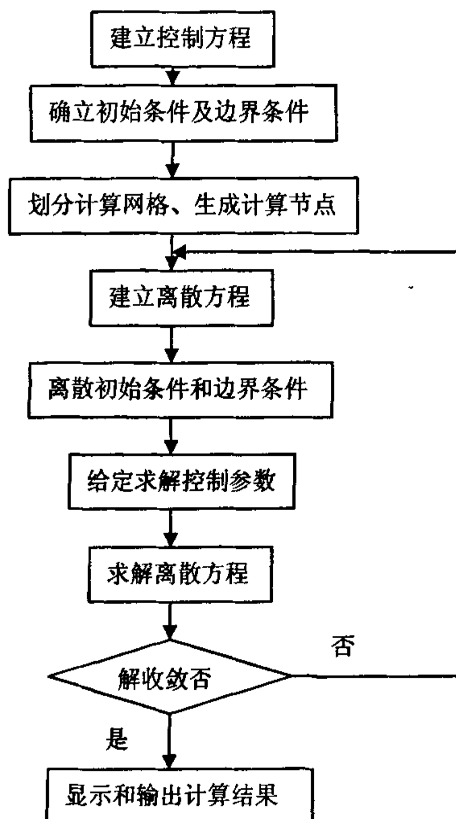


图 2.1 CFD 工作流程图

总体计算流程如图 2.1 所示

1 建立控制方程

建立控制方程，是求解任何问题前都必须首先进行的。一般来讲，这一步是比较简单的。

2 确定边界条件与初始条件

初始条件与边界条件是控制方程有确定解的前提，控制方程与相应的初始条件、边界条件的组合构成对一个物理过程完整的数学描述。

初始条件是所研究对象在过程开始时刻各个求解变量的空间分布情况。对于瞬态问题，必须给定初始条件，对于稳态问题，不需要初始条件。

边界条件是在求解区域的边界上所求解的变量或其导数随地点和时间的变化规律。

对于任何问题，都需要给定边界条件。

3 划分计算网格

采用数值方法求解控制方程时，都是想办法将控制方程在空间区域上进行离散，然后求解得到的离散方程组。要想在空间域上离散控制方程，必须使用网格。现已发展出多种对各种区域进行离散以生成网格的方法，统称为网格生成技术。

不同的问题采用不同数值解法时，所需要的网格形式是有一定区别的，但生成网格的方法基本上是一致的。目前，网格分为结构网格和非结构网格两大类。

4 建立离散方程

对于在求解域内所建立的偏微分，理论上是有真解（或称精确解或解析解）的。但由于所处理问题自身的复杂性，一般很难获得方程的真解。因此，就需要通过数值方法把计算域内有限数量位置（网格节点或网格中心点）上的因变量值当作基本未知量来处理，从而建立一组关于这些未知量的代数方程组，然后通过求解代数方程组来得到这些节点值，而计算域内其他位置上的值则根据节点位置上的值来确定。

由于所引入的应变量在节点之间的分布假设及推导离散化方程的方法不同，就形成了有限差分法、有限元法、有限体积法等不同类型的离散化方法。

5 离散初始条件和边界条件

前面所给定的初始条件和边界条件是连续性的，如在静止壁面上速度为 0，现在需要针对所生成的网格，将连续性的初始条件和边界条件转化为特定节点上的值，如静止壁面上共有 90 个节点，则这些节点上的速度值应均设为 0。

在商用 CFD 软件中，往往在前处理阶段完成了网格划分后，直接在边界上指定初始条件和边界条件，然后由前处理软件自动将这些初始条件和边界条件按离散的方式分配到相应的节点上去。

6 给定求解控制参数

在离散空间上建立了离散化的代数方程组，并施加离散化的初始条件和边界条件后，还需要给定流体的物理参数和湍流模型的经验系数。此外，还要给定迭代计算的控制精度、瞬态问题的时间步长和输出频率等。

在 CFD 的理论中，这些参数并不值得去探讨和研究，但在实际计算时，它们对计算的精度和效率有着重要的影响。

7 求解离散方程

在进行了上述设置后，生成了具有定解条件的代数方程组。对于这些方程组，数学上已有了相应的解法，如线形方程组可采用 Gauss 消去法或 Gauss-Seidel 迭代法求解，而对非线性方程组，可采用 Newton-Raphson 方法。

8 判断解的收敛性

对于稳态问题的解，或是瞬态问题在某个特定时间步上的解，往往需要通过多次迭代才能得到。有时，因网格形式或网格大小、对流项的离散插值格式等原因，可能导致解的发散。对于瞬态问题，若采用显式格式进行时间域上的积分，当时间步长过大时，也可能造成解的振荡或发散。因此，在迭代过程中，要对解的收敛性随时进行监视，并在系统达到指定精度后，结束迭代过程。

9 显示和输出计算结果

通过上述求解过程得出了各计算点上的解后，需要通过适当的手段将整个计算域上的结果表示出来。这时，我们可采用线值图、矢量图、等值线图、流线图、云图等方法对计算结果进行表示

第三章 流体运动的控制方程和湍流模型

3.1 流体流动的数学模型

流体运动现象大量的出现在自然界及各个工程领域中，其具体的表现形式多种多样。任何流体运动的动力学特性都受到最基本的三个定律，即质量守恒定律、动量守恒定律和能量守恒定律的支配。质量守恒定律:单位时间内微元体中流体质量的增加，等于同一时间间隔内流入该微元体的净质量。动量守恒定律:微元体中流体动量的增加率等于外界作用在该微元体上的各种力之和。能量守恒定律:微元体中能量的增加率等于进入微元体的净热流量加上体积力和表面力对微元体所做的功。这些基本定律可由数学方程组来决定。根据上述三个定律，可以得到飞行器周围流体运动的控制微分方程的矢量形式为[6, 7, 8, 9, 10]：

1. 连续方程：$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\nabla\cdot(\rho V)=0 \tag{3.1}$$

2. 动量方程：$$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}=f_x-\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} \tag{3.2}$$

3. 能量方程：$$\frac{\partial(\rho i)}{\partial t}+\nabla\cdot(\rho i u)=-p\nabla\cdot u+\nabla\cdot(k\nabla T)+\phi+S_i \tag{3.3}$$

其中ρ为流体密度，u 为流体速度，k 为流体热传导率，ϕ是耗散函数，i 是单位质量气体的焓。在飞行器上能量方程中ϕ和s都等于 0

流体力学中有五个基本参量：三个速度分量和两个热力学参量。例如压强、温度、密度、焓和熵中的任何两个热力学参量，都足以确定流体的热力学状态，因此也可以确定出所有其他的热力学参量。一旦规定了速度矢量 V 和两个热力学参量随时间和空间变化的函数，我们就可以完全确定流体的流场。因此，我们需要五个独立的方程。通常是三个运动方程的分量方程，一个连续方程和一个能量方程。为了便于用三个变量（温度、密度和压强）来写出能量方程，往往还引入一个物态方程。在这种情形下，一共有六个变量和六个方程。从而得出三维定常可压缩流体守恒型数学模型[11]：

连续：$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{\partial(\rho u)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho v)}{\partial y}+\frac{\partial(\rho w)}{\partial z}=0$ 或 $\frac{\partial \rho}{\partial t}+\nabla\cdot(\rho V)=0$ (3.4)

X 动量：$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t}+div(\rho uV)=div(\mu\, grad\, u)-\frac{\partial p}{\partial x}+S_u$ (3.5)

Y 动量：$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t}+div(\rho vV)=div(\mu\, grad\, v)-\frac{\partial p}{\partial y}+S_v$ (3.6)

Z 动量：$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t}+div(\rho wV)=div(\mu\, grad\, w)-\frac{\partial p}{\partial z}+S_w$ (3.7)

能量方程：$\frac{\partial(\rho i)}{\partial t}+\nabla\cdot(\rho iu)=-p\nabla\cdot u+\nabla\cdot(k\nabla T)+\phi+S_i$ (3.8)

状态方程：$P=P(\rho,T)\qquad i=i(\rho,T)$ (3.9)

（完全气体状态方程为：$p=\rho RT, i=c_vT$）

方程组数目和未知函数数目相等，在数学上这个函数是封闭的，即如果提供适当的辅助条件这个方程组是可解的。

为方便看到各个守恒方程的共同点引入流体物理量的一般表达式φ，所有守恒形式方程可写为如下有用形式，即：

$$\frac{\partial \rho\phi}{\partial t}+div(\rho u\phi)=div(\Gamma\, grad\, \phi)+S \tag{3.10}$$

上式依次为：瞬态项（transient term），对流项（convective term），扩散项（diffusive term），源项（source term），用文字表述为：流体元的ϕ的增加率加上ϕ的净流出率等于ϕ的扩散增加率加上ϕ的源增加率，写出求解方程（3.10）的源程序，对于不同的ϕ，只要重复调用该程序，并给定Γ和S的适当表达式以及适当的初始条件和边界条件，即可求解。

3．2 湍流对时均 NS 方程的影响

在自然界和工程实际中，最经常发生的流动状态是湍流，这时的流动不再是平滑的，而始终存在着很不规则的脉动。湍流流动随时间和空间都呈现出不规则的脉动，它们是由大大小小的漩涡引起的。湍流是紊乱的，这是湍流的本质。湍流不是完全随机的，因为湍流也服从流体运动基本方程组，如果假设某一速度分量是完全随机的，则其余两个

分量一定会由三大守恒定律限制其脉动的范围。研究发现，在湍流混合层和边界层中都存在着拟序结构，它们都以大尺度漩涡流动为特征。流体运动作为由 Navier-Stokes 方程组描写的确定性过程，在高雷诺数时会出现类似于随机的，非确定性的物理特性。

工程中遇到的流动大多数都是湍流，通常认为，无论湍流运动多么复杂，非稳态的连续方程和 Navier-Stokes 方程仍然适用于湍流的瞬时运动。

湍流运动看作由时间平均流动和瞬时脉动流动叠加而成。

任意变量ϕ的时间平均值定义为[6]：

$$\bar{\phi}=\frac{1}{\Delta t}\int_{t}^{t+\Delta t}\phi(t)dt \tag{3.11}$$

这里，上标“—”代表对时间的平均值。如果用上标“'”代表脉动值，物理量的瞬时值ϕ、时均值$\bar{\phi}$及脉动值ϕ'之间有如下关系：

$$\phi=\bar{\phi}+\phi' \tag{3.12}$$

现在用平均值与脉动值之和代替流动变量，即

$$V=\bar{V}+V';\quad u=\bar{u}+u';\quad v=\bar{v}+v';\quad w=\bar{w}+w';\quad p=\bar{p}+p' \tag{3.13}$$

在考虑脉动的情况下，把（3-13）代入（3-4）(3-5)（3-6）（3-7）中得到湍流时均流动的控制方程如下：

$$div\bar{u}=0 \tag{3.14}$$

$$\frac{\partial\bar{u}}{\partial t}+div(\bar{u}\bar{V})=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial\bar{p}}{\partial x}+\nu div(grad\,\bar{u})+\left[-\frac{\partial\overline{u'^2}}{\partial x}-\frac{\partial\overline{u'v'}}{\partial y}-\frac{\partial\overline{u'w'}}{\partial z}\right] \tag{3.15}$$

$$\frac{\partial\bar{v}}{\partial t}+div(\bar{v}\bar{V})=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial\bar{p}}{\partial y}+\nu div(grad\,\bar{v})+\left[-\frac{\partial\overline{u'v'}}{\partial x}-\frac{\partial\overline{v'^2}}{\partial y}-\frac{\partial\overline{v'w'}}{\partial z}\right] \tag{3.16}$$

$$\frac{\partial\bar{w}}{\partial t}+div(\bar{w}\bar{V})=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial\bar{p}}{\partial z}+\nu div(grad\,\bar{w})+\left[-\frac{\partial\overline{u'w'}}{\partial x}-\frac{\partial\overline{v'w'}}{\partial y}-\frac{\partial\overline{w'^2}}{\partial z}\right] \tag{3.17}$$

对于其他变量ϕ的输运方程(如能量方程)作类似处理，可得

$$\frac{\partial\bar{\phi}}{\partial t}+div(\bar{\phi}\bar{V})=div(\Gamma\,grad\,\bar{\phi})+\left[-\frac{\partial\overline{u'\phi'}}{\partial x}-\frac{\partial\overline{v'\phi'}}{\partial y}-\frac{\partial\overline{w'\phi'}}{\partial z}\right]+S \tag{3.18}$$

但实际流动中，密度可能是变化的。在此，忽略密度脉动的影响，但考虑平均密度的变化，写出可压湍流平均流动的控制方程如下（注意，为方便起见，除脉动值的时均

值外，下式中去掉了表示时均值的上划线符合“—”，如$\bar{\phi}$用ϕ来表示）

连续方程：$\frac{\partial \rho}{\partial t}+div(\rho V)=0$ (3.19)

动量方程（Navier-Stokes 方程）：

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t}+div(\rho uV)=div(\mu\, grad\, u)-\frac{\partial p}{\partial x}+\left[-\frac{\partial(\overline{\rho u'^2})}{\partial x}-\frac{\partial(\overline{\rho u'v'})}{\partial y}-\frac{\partial(\overline{\rho u'w'})}{\partial z}\right]+S_u \quad (3.20)$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t}+div(\rho vV)=div(\mu\, grad\, v)-\frac{\partial p}{\partial y}+\left[-\frac{\partial(\overline{\rho u'v'})}{\partial x}-\frac{\partial(\overline{\rho v'^2})}{\partial y}-\frac{\partial(\overline{\rho v'w'})}{\partial z}\right]+S_v \quad (3.21)$$

$$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t}+div(\rho wV)=div(\mu\, grad\, w)-\frac{\partial p}{\partial z}+\left[-\frac{\partial(\overline{\rho u'w'})}{\partial x}-\frac{\partial(\overline{\rho v'w'})}{\partial y}-\frac{\partial(\overline{\rho w'^2})}{\partial z}\right]+S_w \quad (3.22)$$

其他变量的输运方程：

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t}+div(\rho\phi V)=div(\Gamma\, grad\, \phi)+\left[-\frac{\partial(\overline{\rho u'\phi'})}{\partial x}-\frac{\partial(\overline{\rho v'\phi'})}{\partial y}-\frac{\partial(\overline{\rho w'\phi'})}{\partial z}\right]+S \quad (3.23)$$

式（3.19）为时均形式的连续方程，方程（3.20）（3.21）（3.22）为时均形式的 Navier-Stokes 方程。由于采用的是 Reynolds 平均法，因此，方程(3.20)(3.21)(3.22) 被称为 Reynolds 时均 Navier-Stokes 方程（Reynolds-Averaged Navier-Stokes，简称 RANS），常直接称为 Reynolds 方程。可以看到，时均流动的方程中多出与$-\overline{\rho u_i' u_j'}$有关的项，我们定义该项为 Reynolds 应力，即：

$$\tau_{ij}=-\overline{\rho u_i' u_j'} \quad (3.24)$$

这里，τ_{ij}实际对应 6 个不同的 Reynolds 应力项，即 3 个正应力和 3 个切应力。

由式（3.19）（3.20）（3.21）（3.22）（3.23）构成的方程组共有五个方程，现在新增了式（3.24），即 6 个 Reynolds 应力，再加上原来的 5 个时均未知量（u,v,w,p,ϕ），总共有 11 个未知量，因此，方程组不封闭，必须引入新的湍流模型（方程）才能使方程组封闭。要使方程组封闭，就得把湍流的脉动值与时均值等联系起来，这就必须对 Reynolds 应力做出某种假定。

3．3　湍流模型的比较

根据对 Reynolds 应力做出的假定或处理方式不同，目前常用的湍流模型有两大类：Reynolds 应力模型和涡粘模型，如图 3.1 所示[12,13,14,17,,40]：

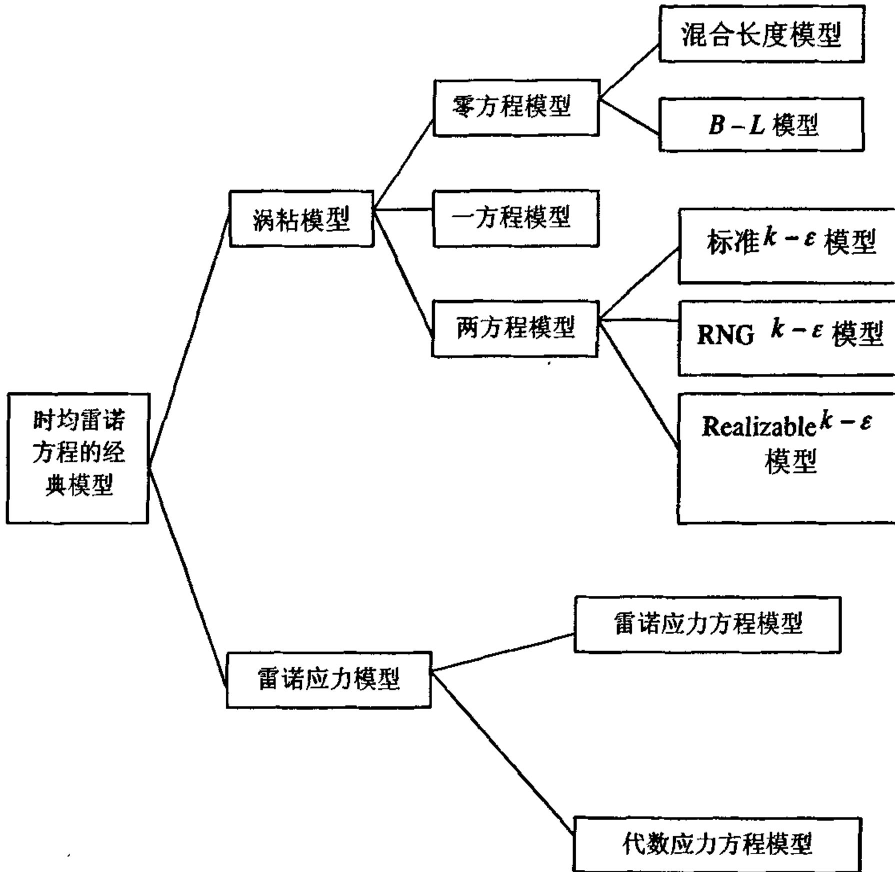


图 3.1：基于雷诺方程的经典模型结构示意图

（1）Reynolds 应力模型

在 Reynolds 应力模型计算量很大，这就极大地限制了 Reynolds 应力模型在工程问题中的应用。因此这里不做介绍

（2）涡粘模型[56]

在涡粘模型方法中，不直接处理 Reynolds 应力项，而是引入湍动粘度（turbulent viscosity），或称涡粘系数（eddy viscosity），然后把湍流应力表示成湍动粘度的函

数，整个计算的关键在于确定这种湍动粘度。

湍动粘度的提出来源于 Boussinesq 提出的涡粘假定，该假定建立了 Reynolds 应力方程，即：

$$-\rho\overline{u_i'u_j'} = \mu_t\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)-\frac{2}{3}\left(\rho k+\mu_t\frac{\partial u_i}{\partial x_i}\right)\delta_{ij} \tag{3.25}$$

这里，μ_t 为湍动粘度，u_i 为时均速度，δ_{ij} 是“Kronecker derta”符号（当 $i=j$ 时，$\delta_{ij}=1$；当 $i\neq j$ 时，$\delta_{ij}=0$），k 为湍动能（turbulent kinetic energy）：

$$k=\frac{\overline{u_i'u_i'}}{2}=\frac{1}{2}\left(\overline{u'^2}+\overline{v'^2}+\overline{w'^2}\right) \tag{3.26}$$

湍动粘度 μ_t 是空间坐标的函数，取决于流动状态，而不是物性参数。由上可见，引入 Boussinesq 假定以后，计算湍流流动的关键就在于如何确定 μ_t。这里所谓的涡粘模型，就是把 μ_t 与湍流时均参数联系起来的关系式。

依据确定 μ_t 的微分方程数目的多少，涡粘模型包括：零方程模型、一方程模型、两方程模型。

3.3.1 零方程模型

所渭零方程模型是指不使用微分方程，而是用代数关系式，把湍动粘度与时均值联系起来的模型。它只用湍流的时均连续方程，Reynolds 方程组成方程组，把方程组中的 Reynolds 应力用平均速度场的局部速度梯度来表示。

（1）混合长度模型(mixing length model)

零方程模型方案有多种，最著名的是 Prandtl 提出的混合长度模型(mixing length model)。Prandtl 假定湍动粘度 μ_t 正比于时均速度 u_i 的梯度和混介长度 l_m 的乘积[8]。

混合长度理论的优点是直观简单，对于如射流、混合层、扰动和边界层等带有薄的剪切层的流动比较有效，但只有在简单流动中才比较容易给定混合长度 l_m，对复杂流动则很难确定 l_m，而且不能用于模拟带有分离及回流的流动，因此，零方程模型在实际工程中很少使用。

（2）Baldwin-lomax(BL)模型[3,59]

在复杂的流动数值模拟(N-S 方程)中所使用的皆是简化的湍流模型，尤以零方程——BL 模型使用更为广泛

BL 模型较适合于平衡状态的湍流流动，包括附着流动，或具有较小分离气泡的分离流动。Degani 等在研究三维炮弹型物体的超声速湍流流动中发现，采用 BL 模型，在小迎角(附着流)时，计算结果与实验结果很一致。但在大迎角下(即存在横向分离时)，两者不一致。

3.3.2 一方程模型

在零方程模型中，湍动粘度μ_t和混合长度l_m都把 Reynolds 应力和当地平均速度梯度相联系，是一种局部平衡的概念，忽略了对流和扩散的影响。为了弥补混合长度假定的局限性，人们建议在湍流的时均连续方程和 Reynolds 方程的基础上，再建立一个湍动能k的输运方程，而μ_t表示成k的函数，从而可使方程组封闭。

这里，湍动能k的输运方程可写为[12]：

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t}+\frac{\partial(\rho k u_i)}{\partial x_i}=\frac{\partial}{\partial x_i}\left[\left(\mu+\frac{\mu_t}{\sigma_k}\right)\right]+\mu_t\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)\frac{\partial u_i}{\partial x_j}-\rho C_0\frac{k^{\frac{3}{2}}}{l} \tag{3.27}$$

从左至右，方程中各项依次为瞬态项、对流项、扩散项、产生项、耗散项。由 Kolmogorov-Prandtl 表达式 有：

$$\mu_t=\rho C_\mu\sqrt{k}l \tag{3.28}$$

其中， σ_k,C_D,C_μ为经验常数，多数文献建议$\sigma_k=1,C_\mu=0.09$，而C_D的取值在不同的文献中结果不同，从 0.08 到 0.38 不等。但这个问题在后面要介绍的两方程模型中不存在。l为湍流脉动的长度比尺，依据经验公式或实验而定 。

式（3.27）和（3.28）构成一方程模型。一方程模型考虑到湍动的对流输运和扩散输运，因而比零方程模型更为合理。但是一方程模型的缺点是如何确定长度比尺l仍为不易解决的问题．因此很难得到推广应用。

3.3.3 两方程模型

在两方程模型中，比较典型的是标准$k-\varepsilon$模型，是在一方程模型的基础上，新引入一个关于湍流耗散率ε的方程后形成的。k-ε模型是针对湍流发展非常充分的湍流流动来建立的，也就是说，它是一种针对高 Re 数的湍流计算模型，对 Re 数较低的流动使用$k-\varepsilon$模型进行计算，就会出现问题。这时，必须采用特殊的处理方式，来解决近壁区的流动计算及低 Re 数时的流动计算问题。常用的解决方法有两种，一种是采用壁面函数法，另一种是采用低 Re 数的k-ε模型。标准k-ε模型比零方程模型和一方程模型有了很大改进，在科学研究及工程实际中得到了最为广泛的检验和成功应用，但用于强旋流、弯曲壁面流动或弯曲流线流动时，会产生一定的失真。该模型是目前使用最广泛的湍流模型。

综上所述，标准$k-\varepsilon$模型在计算高 Re 数湍流方面具有广泛的应用，因此本文采取标准$k-\varepsilon$模型作为湍流模型

3. 4 $k-\varepsilon$模型

在关于湍动能 k 的方程的基础上，再引入一个关于湍动耗散率ε的方程，便形成了$k-\varepsilon$两方程模型，称为标准$k-\varepsilon$模型，在模型中，表示湍动耗散率的ε被定义为：

$$\varepsilon = \frac{\mu}{\rho}\overline{\left(\frac{\partial u_i'}{\partial x_k}\right)\left(\frac{\partial u_i'}{\partial x_k}\right)} \tag{3.29}$$

湍动粘度μ_t可表示成$k-\varepsilon$的函数，即

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \tag{3.30}$$

对可压缩流体采用标准$k-\varepsilon$模型，k方程和ε方程分别表示为[7]：

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t}+\frac{\partial(\rho k u_i)}{\partial x_i}=\frac{\partial}{\partial x_i}\left[\left(\mu+\frac{\mu_i}{\sigma_k}\right)\frac{\partial k}{\partial x_i}\right]+\mu_i\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+G_k+G_b-\rho\varepsilon-Y_M+S_k \tag{3.31}$$

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t}+\frac{\partial(\rho\varepsilon u_i)}{\partial x_i}=\frac{\partial}{\partial x_i}\left[\left(\mu+\frac{\mu_i}{\sigma_\varepsilon}\right)\frac{\partial\varepsilon}{\partial x_j}\right]+\mu_i\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+C_{1\varepsilon}\frac{\varepsilon}{k}\left(G_k+C_{3\varepsilon}G_b\right) -C_{2\varepsilon}\rho\frac{\varepsilon^2}{k}+S_\varepsilon \tag{3.32}$$

其中，G_k是由于平均速度梯度引起的湍动能 k 的产生项，G_b是由于浮力引起的湍

动能k的产生项，Y_M代表可压湍流中脉动扩张的贡献，$C_{1\varepsilon},C_{2\varepsilon},C_{3\varepsilon}$为经验常数，$\sigma_k,\sigma_\varepsilon$分别是与湍动能k和耗散率$\varepsilon$对应的Prandtl数，$S_k,S_\varepsilon$是用户定义的源项,当不考虑自定义源项时，$S_k=S_\varepsilon=0$。

各项的计算公式如下[7]：

首先，G_k是由于平均速度梯度引起的湍动能k的产生项，由下式计算：

$$G_k=\mu_t\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \tag{3.33}$$

式（3.33）的展开式为

$$G_k=\mu_t\left\{2\left[\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)^2\right]+\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial v}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2\right\} \tag{3.34}$$

G_b是由于浮力引起的湍动能k产生项，对于可压流体，有：

$$G_b=\beta g_i\frac{\mu_t}{\Pr_t}\frac{\partial T}{\partial x_i} \tag{3.35}$$

其中，$\Pr_t$是湍动Prandtl数，在该模型中可取$\Pr_t$=0.85，g_i是重力加速度在第i方向的分量，β是热膨胀系数，可由可压流体的状态方程求出，其定义为：

$$\beta=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial\rho}{\partial T} \tag{3.36}$$

Y_M代表可压湍流中脉动扩张的贡献，对于可压流体，有：

$$Y_M=2\rho\varepsilon M_t^{\,2} \tag{3.37}$$

其中，M_t是湍动Mach数，$M_t=\sqrt{\frac{k}{a^2}}$，a是声速，$a=\sqrt{\gamma RT}$。

式(3-31)，(3-32)中的各系数为经验常数，取值如表3.1：

表3.1　经验常数

c_μ	σ_k	σ_ε	$c_{1\varepsilon}$	$c_{2\varepsilon}$
0.09	1.00	1.31	1.42	1.92

当主流方向与重力方向平行时，$c_{3\varepsilon}=1$，当主流方向与重力方向垂直时，$c_{3\varepsilon}=0$

3．5 小结

本章主要给出了三维直角坐标下的流场控制方程，比较了不同的湍流模型的优缺点，最终选择了$k-\varepsilon$湍流模型,给出了$k-\varepsilon$数学模型推导和经验系数

第四章　边界条件

在求解 RANS 方程组时，要想方程组的解具有唯一性，必须要有一定的初始条件和边界条件，因此，确定的边界条件是 RANS 方程组数值求解的重要问题之一。边界条件的处理方法在很大程度上影响着数值计算过程中的稳定性，如果处理不当，往往导致数值计算不能收敛，甚至发散。另外，边界条件的处理往往对流场精度有非常重要的影响。为有效提高流场计算的精度，有必要提高边界格式的处理精度，使格式在边界上和场内精度相匹配。边界条件主要包括流动进口边界，流动出口边界，壁面边界，对称边界。

4.1　近壁面处理

对于粘性绕流，在物面处，数值计算中使用无滑移、绝热壁及法向零压力梯度条件[18,19,20,21,22,47]：

$$u = v = w = k = 0 \tag{4.1}$$

其中u，v，w为物面运动速度，在固壁上不能显式给出耗散率ε的条件，因为在壁面上它并不为零。

考虑到理想气体状态方程：$p = \rho RT$，压力和温度均满足法向零梯度的条件，因此，密度在物面也满足法向零梯度条件：$\frac{\partial \rho}{\partial n} = 0$，壁面附近的网格比较密，认为附面层假设成立：$\frac{\partial p}{\partial n} = 0$

4.2　其它边界条件

在有限域内求解复杂外形绕流问题时，除了以上壁面边界条件外，一般还涉及以下几类处理方式相近的边界条件：

飞行器在不考虑发动喷流的条件下，常用的边界条件有：

（1）进口边界：进口边界上固定为自由来流参数，u, v, w，p 和 T 是预先给定的，

流动出口边界一般选在离几何扰动足够远的地方来施加，也就是说，沿流动方向个所有变量ϕ（除压力外）是无变化的，即$\frac{\partial\phi}{\partial n}=0$，湍动能$k$和湍流耗散率$\varepsilon$也是预先给定的，湍动能 k 和湍流耗散率$\varepsilon$：一般根据实验数据得出，或者是通过估算公式给出。对于平行来流[9]：

$$k_{in}=\frac{3}{2}\left(\overline{U}_{in}T_i\right)^2 \quad ,\ \varepsilon_{in}=C_\mu^{3/4}\frac{k^{3/2}}{l} \ ,\ l=0.07L \tag{4.2}$$

式中，$\overline{U}_{in}$是进口的平均速度，特征长度L按等效管径算，T_i为湍动强度

（2）出口边界：即远场边界，远场理论上无限远，未受到任何扰动，实际上，远场取有限大的区域，以满足工程计算需要。

（3）对称边界：对于只要求计算飞行器纵向空气动力特性的情形，通常沿飞行器纵向对称面取半模来进行计算分析，这时飞行器的纵向面就按对称面边界处理，一般地，若非特殊说明，文中计算域关于 x-y 平面对称。对于全飞行器，不予考虑。对称面边界上的法向速度为零：$v_n=0$，沿着对称面法向的任意标量物理量ϕ的梯度为零，即对称面上通量为零：$\frac{\partial\phi}{\partial n}=0$

第五章　RANS 方程离散化

5.1　离散方法综述

由于 RANS 方程是非线性的二阶偏微分方程组，所以，直接对该方程求解析解是非常困难的。只有极少数边界条件简单的流动，方程通过简化之后，才有可能得到解析解。迄今为止，在实际工程问题中，一般是对 RANS 方程进行区域离散化，变成一组线性代数方程，然后在计算机上计算得到问题的数值解。

所谓区域离散化实质上是用一组有限个离散点来代替原始的连续空间。RANS 方程的数值离散方法主要有[23,24,26]:有限体积法(Finite Volume Method, FVM)有限差分法(Finite DifferenceMethod, FDM)、有限元法(Finite Element Method, FEM)。

（1）有限差分法

有限差分法（Finite Difference Method，简称 FDM）是数值解法中最经典的方法。它是将求解域划分为差分网格，用有限个网格节点代替连续的求解域，然后将偏微分方程（控制方程）的导数用差商代替，推导出含有离散点上有限个未知数的差分方程组。求差分方程组（代数方程组）的解，就是微分方程定解问题的数值近似解，这是一种直接将微分问题变为代数问题的近似数值解法。

FDM 建立在经典的数学逼近理论的基础上，简单且易为人们所接受，处理效率较高。另一方面，控制方程表达了质量守恒的物理定律，而差分方程有时不能严格保持守恒性质，数值解会出现质量、动量不平衡的守恒误差。经典的 FDM 常常也不能用来正确计算间断解。由于使用泰勒级数展开，FDM 一般只能用于处理规则的几何区域和正交曲线网格。FDM 通常在数值解精度和处理不规则物理域方面，存在着根本性的困难。

（2）有限元法

有限元法（Finite Elenent Method，简称 FEM）与有限差分法都是广泛应用的流体动力学数值计算方法。有限元法是将一个连续的求解域任意分成适当形状的许多微小单元，并于各小单元分片构造插值函数，然后根据极值原理（变分或加权余量法），将问题的控制方程转化为所有单元上的有限元方程，把总体的极值作为各单元极值之和，即

将局部单元总体合成，形成嵌入了指定边界条件的代数方程组，求解该方程组就得到各节点上待求的函数值。有限元法的基础是极值原理和划分插值，它吸收了有限差分法中离散处理的内核，又采用了变分计算中选择逼近函数并对区域进行积分的合理方法，是这两类方法互相结合、取长补短发展的结果。它具有很广泛的适应性，特别适用于几何及物理条件比较复杂的问题，而且便于程序的标准化。对椭圆型方程有更好的适用性。有限元法因求解速度较有限差分法和有限体积法慢，在运行 FEM 进行 CFD 数值计算时，每一步计算都需要求解一个大型线性带状三对角方程组，需要耗费大量机时，即使该方程组是显式的，求解效率也不高。

（3）有限体积法

有限体积法（Finite Volume Method，简称 FVM），是近年来发展非常迅速的一种离散化方法，其特点是近似效率高。

有限体积法（Finite Volume Method）又称为控制体积法（Control Volume Method，简称 CVM）。其基本思路是：将计算区域划分为网格，并使每个网格点周围有一个互不重复的控制体积：将待解微分方程（控制方程）对每一个控制体积积分，从而得出一组离散方程。其中的未知数是网格点上的因变量ϕ。为了求出控制体积的积分，必须假定ϕ值在网格点之间的变化规律。从积分区域的选取方法看来，有限体积法属于加权余量法中的子域法，从未知解的近似方法看来，有限体积法属于采用局部近似的离散方法。简言之，子域法加离散，就是有限体积法的基本方法。

FVM 类似 FEM，是将计算域划分成若干规则或者不规则形状的单元或者控制体。在计算出通过每个控制体边界沿法向输入、输出的质量通量和动量通量后，对每个控制体分别进行质量和动量平衡计算，得到线性方程组。因此，FVM 正是对于推导原始微分方程所用的控制体思想的回归，与 FDM 和 FEM 的数值逼近相比，其物理意义更加直接明晰。因为两个相邻控制体之间的控制面上输送的通量，对于相邻控制体来说大小相等、方向相反，因此对于整个计算域而言，沿所有内部边界的通量互相抵消。对于由一个或多个控制体所组成的任意区域，以及整个求解域，都能非常严格地满足物理守恒律，不存在守恒误差，而且能正确计算间断。

由于 FVM 继承了 FDM 的丰富格式，具有良好的守恒性，能像 FEM 那样采用各种形状的网格以适应复杂的边界几何形状，却比 FEM 简便得多，目前在 CFD 领域得到了

广泛应用，大多数商用 CFD 软件都采用这种方法。

5.2 离散策略

鉴于 FVM 的优势和应用前景，本文采用 FVM 进行方程的离散。

5.3 基于有限体积法的控制方程离散[27,28,29,30,44,46]

在流场计算之前，首先要将计算区域进行离散化，就是对空间上的计算区域进行划分，把计算域划分成许多个子区域，并确定每个区域的节点，生成网格。然后将控制方程在网格上离散，把偏微分格式的控制方程转化为各个节点上的代数方程。

在求解域中建立的偏微分方程，理论上是存在解析解的。但是由于所处理问题本身的复杂性，尤其对于非线性方程组，很难得到方程的解析解。因此，就需要通过数值计算的方法把计算域内的网格节点上的因变量当作基本未知量来处理，从而建立关于这些未知量的代数方程组，然后通过求解这个代数方程组以得
到节点上的数值解。计算域其他位置上的数值根据节点上的值来确定。

有限体积法(Finite Volume Method)又称为控制体积法(Control Volume Method)。在有限体积法中将所计算的区域划分为一系列控制容积，每个控制容积都有一个节点作为代表，通过把控制方程对控制容积做积分来导出离散力一程。在导出的离散方程中，需要对界面上的被求解函数本身及其一阶导数的构成做出假设，这种构成的方式就是有限体积法中的离散格式。从积分区域的选取方法来看，有限体积法属于加权余量法中的子域法:从未知解的近似方法看来，有限体积法是属于局部近似的离散方法。所以说子域法加上离散就是有限体积法的基本方法。因为有限体积法得出的离散方程要求因变量的积分守恒对任意一个控制体积都得到满足，对整个计算域自然也得到满足，所以采用有限体积法的离散方程可以保证具有守恒性，这是有限体积法的优点。例如有限差分法，仅在网格非常细密时，离散方程才满足积分守恒;

图 5.1 为计算控制体图。大写字母 P 为控制体的中心点，E、W 表示东西方向上控制体中心点，N、S 表示南北方向上控制体中心点;U、D 表示上下方向上控制体中心点。 e，

w 表示东西方向界面，n，s 表示南北方向界面，u，d 表示上下方向界面。

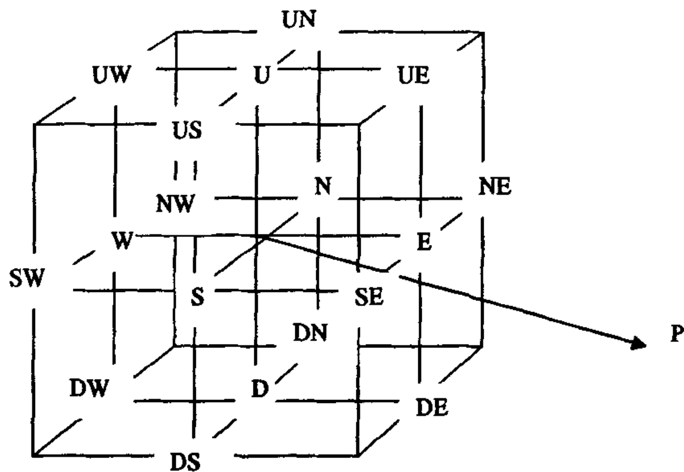


图 5.1 计算控制体图

在以 P 点为中心的有限体积上对控制方程进行积分，经过冗繁的推导，最后得出全隐式时间积分方案下的三维瞬态对流-扩散问题的离散方程为：

$$A_P\phi_P = A_W\phi_W + A_E\phi_E + A_S\phi_S + A_N\phi_N + A_B\phi_B + A_T\phi_T + S \tag{5.1}$$

离散方程的通用表达式

$$A_P\phi_P = \sum_{nb=E,W,N,S,U,D} A_{nb}\phi_{nb} + S_c + \left[\frac{J\rho_P^0\Delta V}{\Delta t}\right]_P \phi_P^0 \tag{5.2}$$

式中，下标 nb 表示相邻节点。对于三维问题，相邻节点包括 W、E、S、N、U 和 D。上标“0”表示上一时层。

式中 S_c 为源项，其表达式为

$$\begin{aligned}S_c = &JS\Delta V + A_{NE}\phi_{NE} + A_{NW}\phi_{NW} + A_{SE}\phi_{SE} + A_{NE}\phi_{NE}\\ &+ A_{UE}\phi_{UE} + A_{UW}\phi_{UW} + A_{DE}\phi_{DE} + A_{DW}\phi_{DW} + A_{UN}\phi_{UN}\\ &+ A_{US}\phi_{US} + A_{DN}\phi_{DN} + A_{DS}\phi_{DS}\end{aligned} \tag{5.3}$$

A_P，A_M，A_{NE} 等均为系数[44]：

$$A_P = \sum_{nb=E,W,N,S,U,D} A_{nb} + \left[\frac{J\rho\Delta V}{\Delta t}\right]_P$$

$$A_E = D_E A(|P_{\Delta e}|) + [|-F_{1e}, 0|]，\quad A_W = D_W A(|P_{\Delta w}|) + [|F_{1w}, 0|]$$

$$A_N = D_n A(|P_{\Delta n}|) + [|-F_{2n}, 0|]，\quad A_S = D_s A(|P_{\Delta s}|) + [|F_{2s}, 0|]$$

$$A_U = D_U A(|P_{\Delta u}|) + [|-F_{3u}, 0|]，\quad A_E = D_E A(|P_{\Delta e}|) + [|-F_{1e}, 0|]$$

$$A_{NE} = D_{21n} + D_{12e}，\quad A_{NW} = -D_{21n} - D_{12e}$$

$$A_{SE} = -D_{21s} - D_{12e}，\quad A_{SW} = D_{21s} + D_{12w}$$

$$A_{UE} = D_{31u} + D_{13e}，\quad A_{UW} = -D_{31u} - D_{13w}$$

$$A_{DE} = -D_{31d} - D_{13e}，\quad A_{DW} = D_{31d} + D_{13w}$$

$$A_{UW} = D_{32u} + D_{23w}，\quad A_{US} = -D_{32u} - D_{23s}$$

$$A_{DN} = -D_{32d} - D_{23n}，\quad A_{DS} = D_{32d} + D_{23s}$$

$$D_e = D_{11e} + D_{21n} - D_{21s} + D_{31u} - D_{31d}，\quad D_w = D_{11w} - D_{21n} + D_{21s} - D_{31u} + D_{31d}$$

$$D_n = D_{22n} + D_{12e} - D_{12w} + D_{31u} - D_{32d}，\quad D_s = D_{22s} - D_{12e} + D_{12w} - D_{31u} + D_{32d}$$

$$D_u = D_{33u} + D_{13e} - D_{13w} + D_{23n} - D_{23s}，\quad D_d = D_{33d} - D_{13e} + D_{13w} - D_{23n} + D_{23s}$$

$$F_1 = \rho U^1 \Delta S_1，\quad F_2 = \rho U^2 \Delta S_2，\quad F_3 = \rho U^3 \Delta S_3$$

$$D_{ij} = \frac{(1+3\delta_{ij})}{4}\frac{\Gamma^{\phi} g_{ij}\Delta S_i}{J\delta\xi^j}$$，（不对 i, j 求和，δ_{ij} 为克罗尼柯尔记号）

$$P_\Delta = \frac{F}{D}$$ （Peclet 数）

以上式子，F 表示通过界面上单位面积的对流质量流量，D 表示界面的扩散传导性不同格式的区别仅在于 $A(|P_\Delta|)$ 的计算式不同，$A(|P_\Delta|)$ 的格式如表 5.2 所示[25]

表 5.2 差分格式

格式	$A(\lvert P_\Delta \rvert)$
中心差分	$1-0.5\lvert P_\Delta\rvert$
迎风差分	1
混合格式	$[0, \lvert 1-0.5\lvert P_\Delta\rvert \rvert]$
指数格式	$\lvert P_\Delta\rvert / (\exp(\lvert P_\Delta\rvert)-1)$
乘方格式	$[\lvert 0, (1-0.1\lvert P_\Delta\rvert)^5 \rvert]$

表 5.2

符号“ | | ”表示取各量中之最大值。

5. 4 小结

本章围绕如何数值求解控制方程，对比了离散方法，讨论了离散方法的选取和本文采用的离散策略、物理量的配置方法。重点讨论了如何计算控制体及其控制面的几何要素，如何在直角坐标系下离散控制方程。

第六章　离散化方程的求解算法

6.1　非线性方程的线性化

经过第五章方程的数值离散处理，在决定方程的哪些项采用隐式、哪些项采用显式后，形成了方程的系数和源项，将非线性的 RANS 微分方程转化为形式上为线性的代数方程。对于每个控制体，动量方程、k 方程、 ε 方程都可以写成统一的离散形式[5,57,58]：

$$A_P\phi_P = A_W\phi_W + A_E\phi_E + A_S\phi_S + A_N\phi_N + A_B\phi_B + A_T\phi_T + S \tag{6.1}$$

式中 ϕ 是待求物理量，A 表示系数，S 表示源项，下标表示节点编号，如果把所有控制体的守恒离散方程联立起来，得到一个线性方程组[31,32,33,34,35,36]：

$$\begin{aligned} A_{I,J,K}\phi_{I,J,K} = {} & A_{I-1,J,K}\phi_{I-1,J,K} + A_{I+1,J,K}\phi_{I+1,J,K} + A_{I,J-1,K}\phi_{I,J-1,K} + A_{I,J+1,K}\phi_{I,J+1,K} + \\ & A_{I,J,K-1}\phi_{I,J,K-1} + A_{I,J,K+1}\phi_{I,J,K+1} \end{aligned} \tag{6.2}$$

6.2　求解代数方程组的两种方法[37,38,39,40,..,48,63]

6.2.1　直接解法

所谓直接解法(direct method)是指通过有限步的数值计算可以获得代数方程真解的方法。其中，高斯消元法是一类用得较多、具有普遍意义的方法。用高斯消元法求解多维问题的代数方程时，先要将方程的系数通过消元化为上三角矩阵，然后从上三角形的下方顶点开始，逐一回代计算出各个未知量。由于高斯消元法系数的存储是方程个数的平方，同时所用乘法的次数近似正比于方程个数的三次方，因此当方程个数较大时，计算所需的时间和内存都会急剧增加。有人做过试验:对于二维正方形区域内的拉普拉斯方程，当采用 3200 个节点时，采用高斯消元法所需的计算次数是完成一次雅可比迭代所需计算次数的 168 倍。所以当求解的节点数较多时，高斯消元法的效率非常低，因而限制了这种方法在粘性方程求解中的应用。

6. 2. 2 迭代解法

对于本文所讨论的问题，从形式上而言，尽管所需求解的是线性代数方程，但是其实质是求解非线性的 NS 方程。离散方程的系数、源项都是用上一个迭代时间步的物理量来表达的，都是最终待求未知量的函数。这样，整个问题的求解必然具有是迭代性质的:即先假定一个初始的状态场(具体编程实现是计算起始时，需要调用初始化函数)，根据此计算出离散方程的系数，然后求解方程得到改进值，进而重新计算方程的系数，再求解，……，如此反复，直到方程的求解达到收敛。

由此可见，方程的系数都是临时的，如果采用直接求解，得到精确值也只是这样一组临时系数的解而己。既然方程的系数本身就是有待改进的，把相应的精确解计算出来既是费时、费内存的，也是没有必要的.采用迭代法计算时，通过添加判据减小或终止方程迭代，以在改进代数方程的系数后再进一步求解。因而对于非线性问题的线性化方程的求解，采用迭代法是很有必要的，也是经济的。

当前，在数值计算领域，用于求解线性方程组的迭代方法很多。比较传统的有雅可比迭代法、高斯一赛德迭代法。雅可比迭代法是把任何一点未知数的更新使用上一轮迭代中所获得的各相邻点的值来计算，其迭代前进方向并不影响迭代收敛的速度;高斯赛德迭代法是每一步的计算总是取相邻点的最新值来进行，边界条件的影响传入区域内部的快慢是不同的，迭代前进方向对收敛性有较大影响。 在计算流体力学领域，比较受研究者欢迎的迭代法有超松弛迭代法 (亚松弛迭代法)、交替隐式迭代法、强隐式迭代过程法。

6. 3 超松弛迭代法(SOR)、亚松弛迭代法(SUR)

该方法是把任何一点未知数的更新 ϕ^{N+1} 使用上一轮迭代中所获得的各相邻点的值 ϕ^{N} 和本轮迭代中所获得的最新值 ϕ^{new} 加权平均来计算[50, 64]:

$$\phi^{N+1} = \phi^{N} + \alpha\left(\phi^{new} - \phi^{N}\right) \tag{6.3}$$

式中， α 被称为松弛系数，$0 \le \alpha \le 2$ 。其中，$\alpha = 0$ 时，是雅可比迭代，$\alpha = 1$ 时，是高斯一赛德迭代；$0 < \alpha < 1$ 时，是亚松弛迭代(CSUR)； $1 < \alpha < 2$ 时，是超松弛迭代

(SOR)。

从式(5.4)可知，当相邻两轮的迭代值永远具有相同的正负号时，采用超松弛迭代可以加快收敛速度。对于非线性问题所形成的代数方程，多采用亚松弛迭代法，以降低待求量的变化率，避免迭代发散。

6.4 simple 算法

求解离散后的动量方程时，由于压力场和速度场均是未知量，而且没有关于压力本身的控制方程，压力和速度的关系只是隐含在连续性方程中。

为此 Patanker 和 Spalding 提出 Simple 算法(Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equation)，其基本思想是[5,60,61]：如果压力场是正确的 那么根据该压力场求解动量方程得到的速度场必定是正确的满足连续性方程 ，为此 ，可在压力场未知的情况下，先假定一个压力场，该压力场一般不可能就是所求之值，因而它得到的速度场也不会正确，不会满足连续性方程，但是可用连续性方程对压力进行修正，得到压力修正方程，进而对速度进行修正，进一步求解能满足连续性方程的速度场，然后以修正后的速度场计算动量离散方程的各个系数，修正后，在压力场的基础上进行新一次的计算，如此，直到代入动量方程的压力场求出的速度场能够得到连续性方程为止，因此问题的关键是得到压力修正方程。

压力修正法是目前工程上使用最为广泛的流场数值计算方法，其实质是迭代法。在每一时间步长的运算中，先给出压力场的初始猜测值，据此求出猜测的速度场，再求解根据连续方程导出的压力修正方程，对猜测的压力场和速度场进行修正。

基本步骤：

步骤(1)：给定初始速度场，对可压缩流动还要给定初始压力场和温度场

步骤(2)：求解动量方程得到本次迭代的速度u，v，w

步骤(3)：求解压力修正方程得到压力修正量p'，由p'修正压力场和速度修正量u'，v'，w'，并且改进速度场。

步骤(4)：求解k方程和ε方程，进而得到μ_t和离散方程的系数。

步骤(5)：对可压缩流动求解能量方程得到温度场

步骤(6)：如果达到收敛指标则停止计算，否则返回到步骤(2)进行下一次迭代计算。

6.4.1 SIMPLE算法基本原理[41,42,43,44,45]

流过每个单元面上的对流通量根据“猜测”速度估算。首先使用一个猜测的压力场来解动量方程，得到速度场；接着求解通过连续方程建立的压力修正方程，得到压力场的修正值；然后利用压力修正值更新速度场和压力场；检查结果是否收敛，若不收敛，以得到的压力场作为新的猜测压力场，重复该过程。

为了启动该迭代过程，需要提供初始的，带有猜测性的压力场与速度场。随着迭代的进行，这些猜测的压力场与速度场不断改善，所得到的压力与速度分量逐渐逼近真解。假定压力的应力初始猜测值p^*，以下I，J，K代表控制体积节点编号，i, j, k代表控制体积界面编号，则有

$$p_{i+1,J,K}{}^* = \left[p^*_{I,J,K}\cdot\frac{x_{I+1}-x_{i+1}}{x_{I+1}-x_I}+p^*_{I+1,J,K}\frac{x_{i+1}-x_I}{x_{I+1}-x_I}\right] \tag{6.4}$$

$$p_{i,J,K}{}^* = \left[p^*_{I,J,K}\cdot\frac{x_i-x_{I-1}}{x_I-x_{I-1}}+p^*_{I-1,J,K}\frac{x_I-x_i}{x_I-x_{I-1}}\right] \tag{6.5}$$

$$p_{I,j,K}{}^* = \left[p^*_{I,J,K}\cdot\frac{y_j-y_{J-1}}{y_J-y_{J-1}}+p^*_{I,J-1,K}\frac{y_J-y_j}{y_J-y_{J-1}}\right] \tag{6.6}$$

$$p_{I,j+1,K}{}^* = \left[p^*_{I,J,K}\cdot\frac{y_{J+1}-y_{j+1}}{y_{J+1}-y_J}+p^*_{I,J-1,K}\frac{y_{j+1}-y_J}{y_{J+1}-y_J}\right] \tag{6.7}$$

$$p_{I,J,k}{}^* = \left[p^*_{I,J,K}\cdot\frac{z_k-z_{K-1}}{z_K-z_{K-1}}+p^*_{I,J-1,K}\frac{z_K-z_k}{z_K-z_{K-1}}\right] \tag{6.8}$$

$$p_{I,J,k+1}{}^* = \left[p^*_{I,J,K}\cdot\frac{z_{K+1}-z_{k+1}}{z_{K+1}-z_K}+p^*_{I,J-1,K}\frac{z_{k+1}-z_K}{z_{K+1}-z_K}\right] \tag{6.9}$$

动量方程如下：

$$
\begin{cases}
\dfrac{\partial(\rho u)}{\partial t}+div(\rho V u)=div(\mu\, grad\, u)-\dfrac{\partial p}{\partial x}+S_u \\
\dfrac{\partial(\rho v)}{\partial t}+div(\rho V v)=div(\mu\, grad\, v)-\dfrac{\partial p}{\partial y}+S_v \\
\dfrac{\partial(\rho w)}{\partial t}+div(\rho V w)=div(\mu\, grad\, w)-\dfrac{\partial p}{\partial z}+S_w
\end{cases}
\tag{6.10}
$$

在非结构网格上的动量离散方程如下：

$$
\begin{cases}
a_{I,J,K}u_{I,J,K}=\sum\limits_{E=1}^{N_s}a_{nb}u_{nb}+\left(p_{i,J,K}-p_{i+1,J,K}\right)\Delta y\Delta z+b \\
a_{I,J,K}v_{I,J,K}=\sum\limits_{E=1}^{N_s}a_{nb}v_{nb}+\left(p_{I,j,K}-p_{I,j+1,K}\right)\Delta x\Delta z+b \\
a_{I,J,K}w_{I,J,K}=\sum\limits_{E=1}^{N_s}a_{nb}w_{nb}+\left(p_{I,J,k}-p_{I,J,k+1}\right)\Delta x\Delta y+b
\end{cases}
\tag{6.11}
$$

式中，符号 e 表示控制体积 P 的各个界面，$p_{i,J,K}$，$p_{I,j,K}$，$p_{I,J,k}$，$p_{i+1,J,K}$，$p_{I,j+1,K}$，$p_{I,J,k+1}$ 代表界面上 e 的压力，系数 Δx，Δy，Δz 是界面 e 的终点与起点的坐标之差，它是有正负的。各界面的起点及终点次序按逆时针排列。

一．速度修正方程的建立

根据方程组（6-11）得出网格上的界面速度方程（及动量插值方程）为：

$$u_{i+1,J,K}=\tilde{u}_{i+1,J,K}-\left(\frac{A_{I,J,K}}{a_{I,J,K}}\right)_{i+1,J,K}\left(P_{I+1,J,K}-P_{I,J,K}\right) \tag{6.12}$$

$$u_{i,J,K}=\tilde{u}_{i,J,K}-\left(\frac{A_{I,J,K}}{a_{I,J,K}}\right)_{i,J,K}\left(P_{I,J,K}-P_{I-1,J,K}\right) \tag{6.13}$$

$$v_{I,j+1,K}=\tilde{v}_{I,j+1,K}-\left(\frac{A_{I,J,K}}{a_{I,J,K}}\right)_{I,j+1,K}\left(P_{I,J+1,K}-P_{I,J,K}\right) \tag{6.14}$$

$$v_{I,j,K}=\tilde{v}_{I,j,K}-\left(\frac{A_{I,J,K}}{a_{I,J,K}}\right)_{I,j+1,K}\left(P_{I,J,K}-P_{I,J-1,K}\right) \tag{6.15}$$

$$w_{I,J,k}=\tilde{w}_{I,J,k}-\left(\frac{A_{I,J,K}}{a_{I,J,K}}\right)_{I,J,k}\left(P_{I,J,K+1}-P_{I,J,K}\right) \tag{6.16}$$

$$w_{I,J,k-1}=\widetilde{w}_{I,J,k-1}-\left(\frac{A_{I,J,K}}{a_{I,J,K}}\right)_{I,J,k-1}\left(P_{I,J,K}-P_{I,J,K-1}\right) \tag{6.17}$$

其中$\widetilde{u}$ ，$\widetilde{v}$，$\widetilde{w}$ 称为伪速度，界面上的物理量$\widetilde{u}$，$\widetilde{v}$，$\widetilde{w}$ 通过控制体积 P 与控制体积 E 中心节点处的物理量线性插值得出。

$$\widetilde{u}_{i+1,J,K}=\left(\frac{\sum_{E=1}^{N_s}a_{nb}u_{nb}+b_{i+1,J,K}}{a_{i+1,J,K}}\right)_{i+1,J,K}=\left(\frac{\sum_{E=1}^{N_s}a_{nb}u_{nb}+b_{I,J,K}}{a_{I,J,K}}\right)_{I,J,K}\cdot\frac{x_{I+1}-x_{i+1}}{x_{I+1}-x_{I}}+\left(\frac{\sum_{E=1}^{N_s}a_{nb}u_{nb}+b_{I+1,J,K}}{a_{I+1,J,K}}\right)_{I+1,J,K}\cdot\frac{x_{i+1}-x_{I}}{x_{I+1}-x_{I}} \tag{6.18}$$

$$\widetilde{u}_{i,J,K}=\left(\frac{\sum_{E=1}^{N_s}a_{nb}u_{nb}+b_{i,J,K}}{a_{i,J,K}}\right)_{i,J,K}=\left(\frac{\sum_{E=1}^{N_s}a_{nb}u_{nb}+b_{I,J,K}}{a_{I,J,K}}\right)_{I,J,K}\cdot\frac{x_{i}-x_{I-1}}{x_{I}-x_{I-1}}+\left(\frac{\sum_{E=1}^{N_s}a_{nb}u_{nb}+b_{I-1,J,K}}{a_{I-1,J,K}}\right)_{I-1,J,K}\cdot\frac{x_{I}-x_{i}}{x_{I}-x_{I-1}} \tag{6.19}$$

$$\widetilde{v}_{I,j,K}=\left[\left(\frac{\sum_{E=1}^{N_s}a_{nb}u_{nb}+b_{I,J,K}}{a_{I,J,K}}\right)_{I,J,K}\cdot\frac{y_{j}-y_{J-1}}{y_{J}-y_{J-1}}+\left(\frac{\sum_{E=1}^{N_s}a_{nb}u_{nb}+b_{I,J-1,K}}{a_{I,J-1,K}}\right)_{I,J-1,K}\cdot\frac{y_{J}-y_{j}}{y_{J}-y_{J-1}}\right] \tag{6.20}$$

$$\widetilde{v}_{I,j+1,K}=\left[\left(\frac{\sum_{E=1}^{N_s}a_{nb}u_{nb}+b_{I,J,K}}{a_{I,J,K}}\right)_{I,J,K}\cdot\frac{y_{J+1}-y_{j+1}}{y_{J+1}-y_{J}}+\left(\frac{\sum_{E=1}^{N_s}a_{nb}u_{nb}+b_{I,J+1,K}}{a_{I,J+1,K}}\right)_{I,J+1,K}\frac{y_{j+1}-y_{J}}{y_{J+1}-y_{J}}\right] \tag{6.21}$$

$$\widetilde{w}_{I,J,k}=\left[\left(\frac{\sum_{E=1}^{N_s}a_{nb}u_{nb}+b_{I,J,K}}{a_{I,J,K}}\right)_{I,J,K}\cdot\frac{z_{k}-z_{K-1}}{z_{K}-z_{K-1}}+\left(\frac{\sum_{E=1}^{N_s}a_{nb}u_{nb}+b_{I,J,K-1}}{a_{I,J,K-1}}\right)_{I,J,K-1}\cdot\frac{z_{K}-z_{k}}{z_{K}-z_{K-1}}\right] \tag{6.22}$$

$$\widetilde{w}_{I,J,k+1}=\left[\left(\frac{\sum_{E=1}^{N}a_{nb}u_{nb}+b_{I,J,K}}{a_{I,J,K}}\right)_{I,J,K}\cdot\frac{z_{K+1}-z_{k+1}}{z_{K+1}-z_{K}}+\left(\frac{\sum_{E=1}^{N_s}a_{nb}u_{nb}+b_{I,J,K+1}}{a_{I,J,K+1}}\right)_{I,J,K+1}\frac{z_{k+1}-z_{K}}{z_{K+1}-z_{K}}\right] \tag{6.23}$$

式（6.18）—（6.23）中$a_{I,J,K}$，$b_{I,J,K}$的表达式如下：

$$\begin{cases} a_{I,J,K} = \sum_{e=1}^{N} a_e + \dfrac{\left(\rho_{I,J,K}\Delta V\right)^0}{\Delta t} - S_{I,J,K}\Delta V \\ b_{I,J,K} = \dfrac{\left(\rho_{I,J,K}u_{I,J,K}\Delta V\right)^0}{\Delta t} + S_C\Delta V \end{cases} \quad (6.24)$$

把假定压力的应力初始猜测值p^*，即(6.4)—(6.9)所得到的p^*代入（6.12）—（6.17）可以求出网格边界上的猜想速度。

然后进行速度修正方程的建立，假定压力修正值P'通过压力修正方程（6-39）已经求出，引入 SIMPLE 算法中略去邻点速度修正值的思想，得到界面上的速度修正方程如下：

$$u'_{i,J,K} = \left(\frac{A_{i,J,K}}{a_{i,J,K}}\right)_{i,J,K} \left(P'_{I-1,J,K} - P'_{I,J,K}\right) \quad (6.25)$$

$$u'_{i+1,J,K} = \left(\frac{A_{i,J,K}}{a_{i,J,K}}\right)_{i+1,J,K} \left(P'_{I,J,K} - P'_{I+1,J,K}\right) \quad (6.26)$$

$$v'_{I,j,K} = \left(\frac{A_{I,j,K}}{a_{I,j,K}}\right)_{I,j,K} \left(P'_{I,J-1,K} - P'_{I,J,K}\right) \quad (6.27)$$

$$v'_{I,j+1,K} = \left(\frac{A_{I,j,K}}{a_{I,j,K}}\right)_{I,j+1,K} \left(P'_{I,J,K} - P'_{I,J+1,K}\right) \quad (6.28)$$

$$w'_{I,J,k} = \left(\frac{A_{I,J,k}}{a_{I,J,k}}\right)_{I,J,k} \left(P'_{I,J,K-1} - P'_{I,J,K}\right) \quad (6.29)$$

$$w'_{I,J,k+1} = \left(\frac{A_{I,J,k}}{a_{I,J,k}}\right)_{I,J,k+1} \left(P'_{I,J,K} - P'_{I,J,K+1}\right) \quad (6.30)$$

然后，把（6.12）—（6.17）所得到的$u_{i,J,K}$，$u_{i+1,J,K}$，$v_{I,j,K}$，$v_{I,j+1,K}$，$w_{I,J,k}$，$w_{I,J,k+1}$当作$u^*_{i,J,K}$，$u^*_{i+1,J,K}$，$v^*_{I,j,K}$，$v^*_{I,j+1,K}$，$w^*_{I,J,k}$，$w^*_{I,J,k+1}$加上（6.26）—（6.30）所得的$u'_{i,J,K}$，$u'_{i+1,J,K}$，$v'_{I,j,K}$，$v'_{I,j+1,K}$，$w'_{I,J,k}$，$w'_{I,J,k+1}$，最终得到控制体积界面上的“正确”速度方程：

即 $$U = U^* + U' \quad (6.31)$$

这里U表示速度u，v，w

在这里分别表示为

$$u_{i,J,K}=u^{*}_{i,J,K}+\left(\frac{A_{I,J,K}}{a_{I,J,K}}\right)_{i,J,K}\left(P'_{I-1,J,K}-P'_{I,J,K}\right) \tag{6.32}$$

$$u_{i+1,J,K}=u^{*}_{i+1,J,K}+\left(\frac{A_{I,J,K}}{a_{I,J,K}}\right)_{i+1,J,K}\left(P'_{I,J,K}-P'_{I+1,J,K}\right) \tag{6.33}$$

$$v_{I,j,K}=v^{*}_{I,j,K}+\left(\frac{A_{I,J,K}}{a_{I,J,K}}\right)_{I,j,K}\left(P'_{I,J-1,K}-P'_{I,J,K}\right) \tag{6.34}$$

$$v_{I,j+1,K}=v^{*}_{I,j+1,K}+\left(\frac{A_{I,J,K}}{a_{I,J,K}}\right)_{I,j+1,K}\left(P'_{I,J,K}-P'_{I,J+1,K}\right) \tag{6.35}$$

$$w_{I,J,k}=w^{*}_{I,J,k}+\left(\frac{A_{I,J,K}}{a_{I,J,K}}\right)_{I,J,k}\left(P'_{I,J,K-1}-P'_{I,J,K}\right) \tag{6.36}$$

$$w_{I,J,k+1}=w^{*}_{I,J,k+1}+\left(\frac{A_{I,J,K}}{a_{I,J,K}}\right)_{I,J,k}\left(P'_{I,J,K}-P'_{I,J,K+1}\right) \tag{6.37}$$

控制体积节点上正确的速度场同理也可以求出，在这里不作推导。

二．压力修正方程的建立

散度形式的连续方程如下：

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\frac{\partial(\rho u)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho v)}{\partial y}+\frac{\partial(\rho w)}{\partial z}=0 \tag{6.38}$$

在时间间隔Δt内对控制体积 P 作积分，且以$\frac{\rho_P-\rho_P^0}{\Delta t}$代替$\frac{\partial\rho}{\partial t}$，采用全隐式格式，可得：

$$\frac{\rho_P-\rho_P^0}{\Delta t}\Delta V+\left[(\rho uA)_e-(\rho uA)_w\right]+\left[(\rho uA)_n-(\rho uA)_s\right]+\left[(\rho uA)_u-(\rho uA)_d\right]=0 \tag{6.39}$$

将正确的速度值，即（6.32）——（6.37）所得到的$u_{i,J,K}$，$u_{i+1,J,K}$，$v_{I,j,K}$，$v_{I,j+1,K}$，$w_{I,J,k}$，$w_{I,J,k+1}$代入连续离散方程（6.39）中，得到压力修正方程：

$$a_{I,J,K}p'_{I,J,K}=a_{I+1,J,K}p'_{I+1,J,K}+a_{I-1,J,K}p'_{I-1,J,K}+a_{I,J+1,K}p'_{I,J+1,K}$$
$$+a_{I,J-1,K}p'_{I,J-1,K}+a_{I,J,K+1}p'_{I,J,K+1}+a_{I,J,K-1}p'_{I,J,K-1}+b'_{I,J,K} \tag{6.40}$$

式中，系数

$$a_{I+1,J,K}=(\rho dA)_{i+1,J,K} \tag{6.41}$$

$$a_{I-1,J,K}=(\rho dA)_{i,J,K} \tag{6.42}$$

$$a_{I,J+1,K}=(\rho dA)_{I,j+1,K} \tag{6.43}$$

$$a_{I,J-1,K}=(\rho dA)_{I,j,K} \tag{6.44}$$

$$a_{I,J,K+1}=(\rho dA)_{I,J,k+1} \tag{6.45}$$

$$a_{I,J,K-1}=(\rho dA)_{I,J,k} \tag{6.46}$$

$$a_{I,J,K}=a_{I+1,J,K}+a_{I-1,J,K}+a_{I,J+1,K}+a_{I,J-1,K}+a_{I,J,K+1}+a_{I,J,K-1} \tag{6.47}$$

$$b'_{I,J,K}=(\rho u^* A)_{i,J,K}-(\rho u^* A)_{i+1,J,K}+(\rho v^* A)_{i,J,K}-(\rho v^* A)_{I,j+1,K}+(\rho w^* A)_{I,J,k}-(\rho w^* A)_{I,J,k+1}$$
$$+\frac{\rho_{I,J,K}-\rho^0_{I,J,K}}{\Delta t}\Delta V \tag{6.48}$$

从方程（6.39）可解出节点上的压力修正值$P'_{I,J,K}$，再通过线性插值可得出界面上的压力修正值P'_e。按下式得到修正后的压力场：

$$P=P^*+P' \tag{6.49}$$

6.4.2 迭代前的亚松弛预处理

本文采用 simple 迭代算法进行方程求解时，压强修正方程和速度修正方程容易发散，为了提高求解的稳定性，除非对方程进行低松弛处理。同时，为了节约内存存放所有控制体物理量的中间结果，对式（6.31）和(6.49)统一进行如下处理[7]：

$$\phi^{new}=\alpha\phi^{N+1}+(1-\alpha)\phi^{N} \tag{6.52}$$

式中α为低松弛因子，修正量大到足以不断修正，但又应该足够小，以保证稳定计算，所以低松弛因子α一般取在 1 和 0 之间。

ϕ^{new} 表示方程组的迭代满足收敛条件的求出值，是方程的真实根，它是满足每个控制方程的。将ϕ^{new}代替式(6.1)中的ϕ得到:

$$c_p\phi_p^{new}=\sum_{i=0}^{5}c_i\phi_i^{new}+s_p \tag{6.53}$$

式中，$i=0,1...5$表示周围的六个相邻节点。

将式(6.52)代入式(6.53)左边，右边结合高斯-赛德迭代法的思想，在处理相邻点时使用最新值，得到N+1步迭代关系式:

$$\frac{c_p}{\alpha}\phi_p^{N+1}=\frac{(1-\alpha)}{\alpha}c_p\phi_p^N+\sum_{i=0}^{5}c_i\phi_i^{N+1}+s_p \tag{6.54}$$

从根本上说，正确选择低松弛因子，会有效的降低了成本

在计算时，低松弛因子对动量方程、连续性方程、κ方程和ε方程的取值不同，如下表所示:

表6.1：松弛因子

松弛因子α	动量方程	能量方程	κ方程	ε方程
α的范围	0. 4-0. 8	0. 05-0. 2	0. 4-0. 8	0. 4-0. 8
本文取值	0. 5	0. 1	0. 5	0. 5

6. 5　收敛条件

关于方程的最大迭代步数，在迭代开始，取值小一些，增强方程的稳定性，在求解后期，取值大一些(细算)，提高方程的求解的效率。本文按照表5.2取值:

表6.2:方程最大迭代步

	动量方程	连续方程	κ方程	ε方程
最大迭代步	3000	3000	3000	3000

迭代的收敛标准精度本文取:小于1E-4,

对于迭代的收敛精度，本文取相对误差，分别以各个代数方程的相对残差为准则:

$$R_\phi=\frac{\sum|r|}{Norm_\phi}$$

式中，残差 r 为迭代完成时，每个控制体方程的左右两边的差。$Norm_\phi$ 为相对误差参考值。

6.6 求解器设计

求解过程从几何要素初始化、流场初始化开始，本文取入流边界值作为全场压力，速度以及 k 和 ε 的初始值，并且强制取壁面边界上的速度为零。求解中需要迭代求解线性方程组，本文先计算出动量方程的系数，然后按照 U，V，W 的顺序，依次求解出各方向的速度场后，再作压力场推进。最后依次计算 k 和 ε 输送方程的系数，先后对这两个方程进行求解。具体过程见图 6.1

结合图 6.1，本文采用标准 FORTRAN95 语言，设计了 RANS 方程求解器程序。

6.7 本章小结

本章就 RANS 方程线性化离散后得到的代数方程组的求解进行了讨论，选用了 SIMPLE 算法求解方程，并对三维 SIMPLE 算法进行了详细介绍。为了加强求解的稳定性，在方程每步迭代之前，对线性方程进行了亚松弛预处理。然后就方程组求解的收敛性进行了判断，给出了收敛性条件。最后结合具体求解过程的分析，设计了方程求解器。

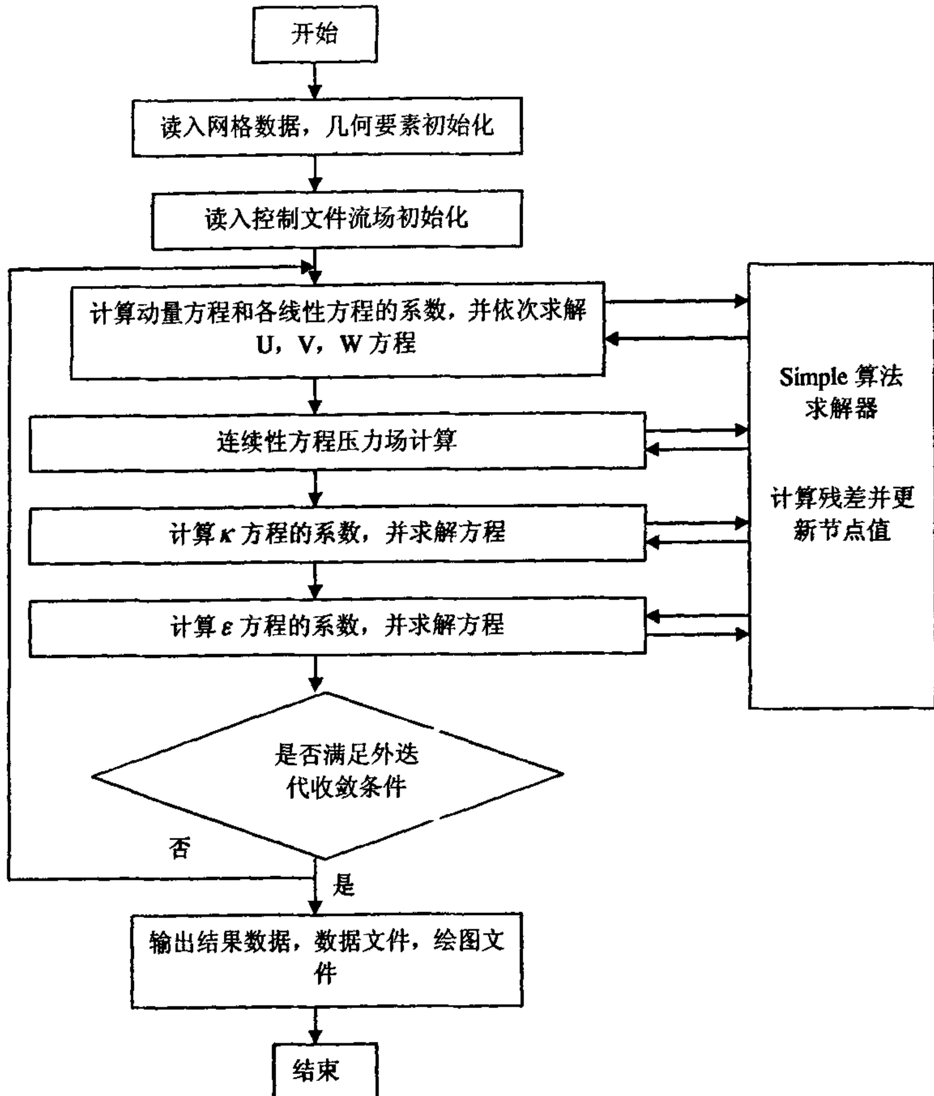


图 6.1 求解器设计流程图

第七章　算例及结果分析

为了验证方程求解器的稳定性、正确性，同时方便数据的检查和计算程序调试，本文首先进行了亚音速流计算，然后对超音速流计算，最后计算结果分别和风洞数据进行对比。此时，求解是基于高速飞行器的，在固壁边界上仅仅满足无滑移条件即可，大大降低了程序处理的复杂性。

7. 1　细长旋成导弹体[15,16]

细长旋成导弹体，长细比为 10，圆柱长为 80，弹头长为 20，口径为 10，在攻角 $\alpha=0$，在1000×150的流场中的速度，温度，压力分布情况，这里仅反映对称面流场。这里边界条件是：+x 界面为入流边界条件U_x，$U_y=U_z=0$，−x 界面为出流边界条件，导弹体周边流场定义为远场条件，对称面定义为对称边界条件

来流速度为U_x为 0.6 马赫，在上面的条件下所得到的残差收敛史，压力分布图，速度分布图，温度分布图，速度矢量图，压力分布曲线图，速度分布曲线图，温度分布曲线图，分别如图 7.1，7.2，7.3，7.4，7.5，7.6，7.7 所示（只显示对称面部分）：

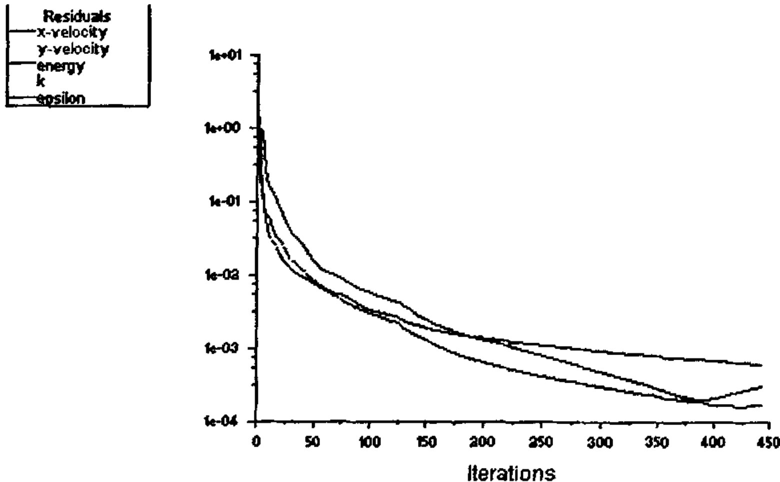


图 7.1　细长旋成导弹体对称面上残差收敛史

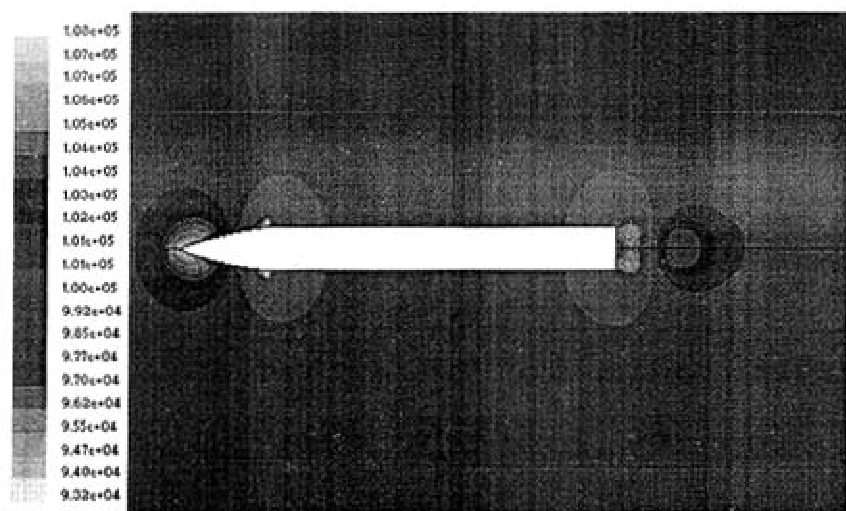


图 7.2　细长旋成导弹体对称面上的压力分布云图

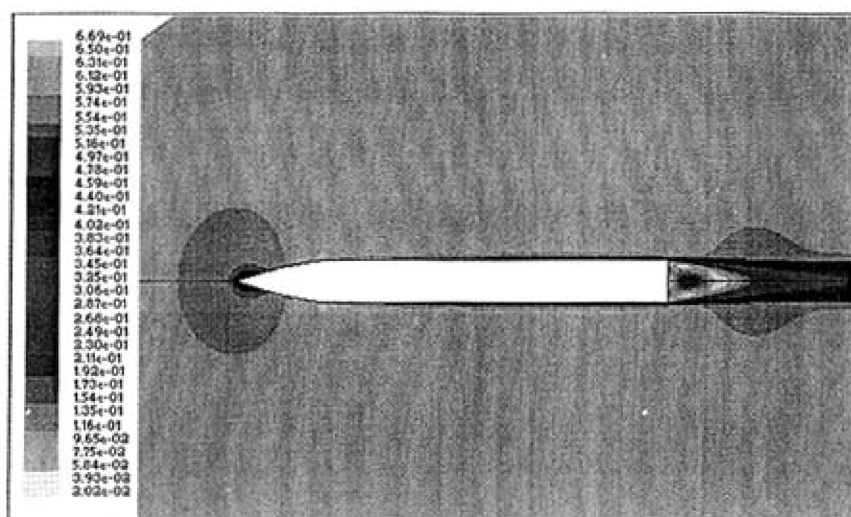


图 7.3　细长旋成导弹体对称面上的马赫数分布云图

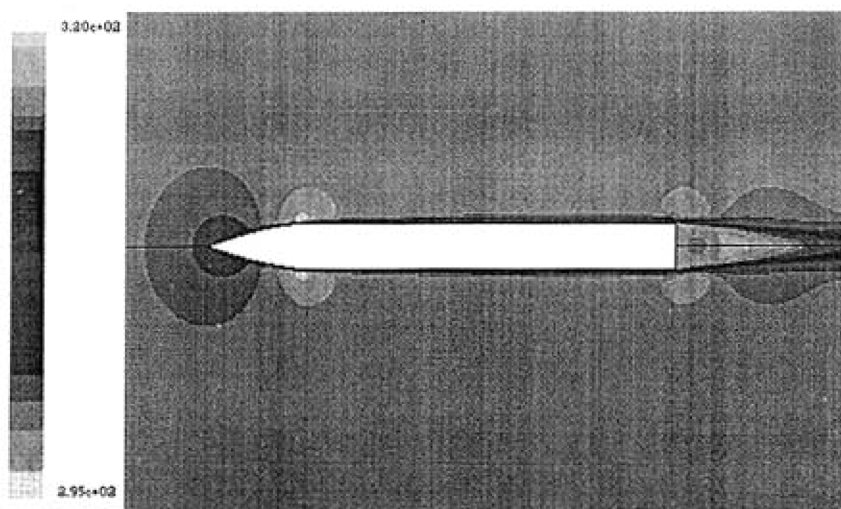


图 7.4　细长旋成导弹体对称面上的温度分布云图

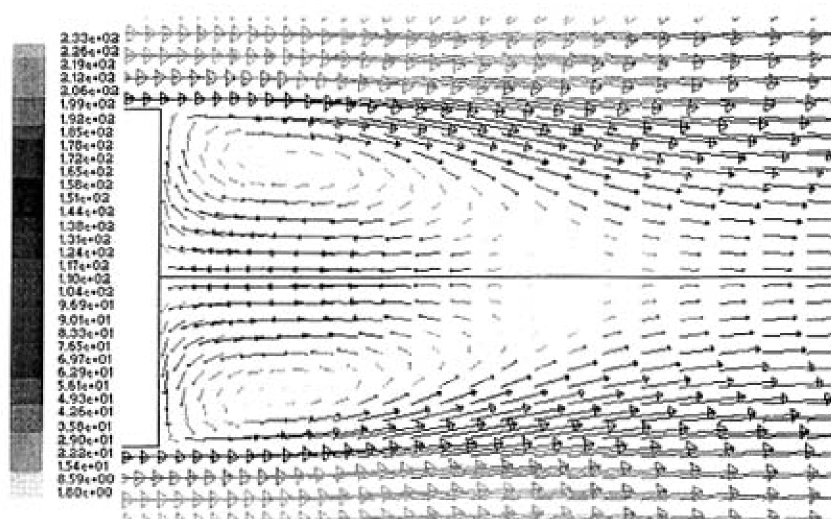


图 7.5　细长旋成导弹体尾部速度矢量图

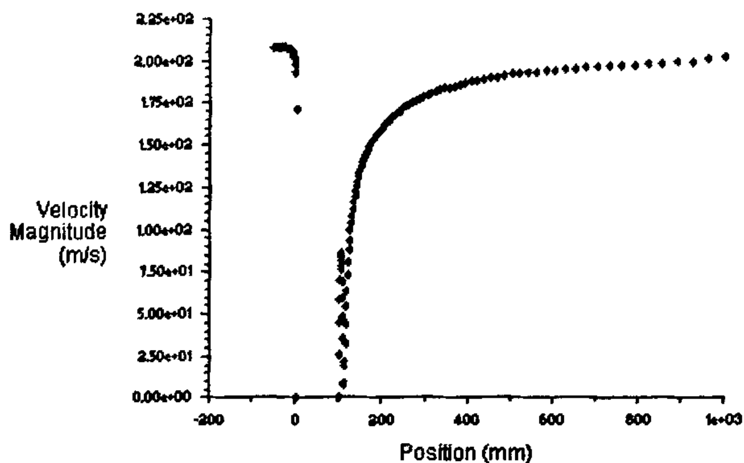


图 7.6　细长旋成导弹体对称面速度分布曲线

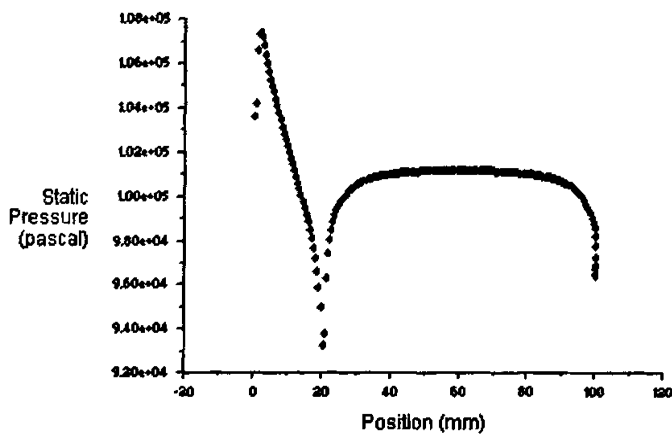


图 7.7　细长旋成导弹体对称面压力分布曲线

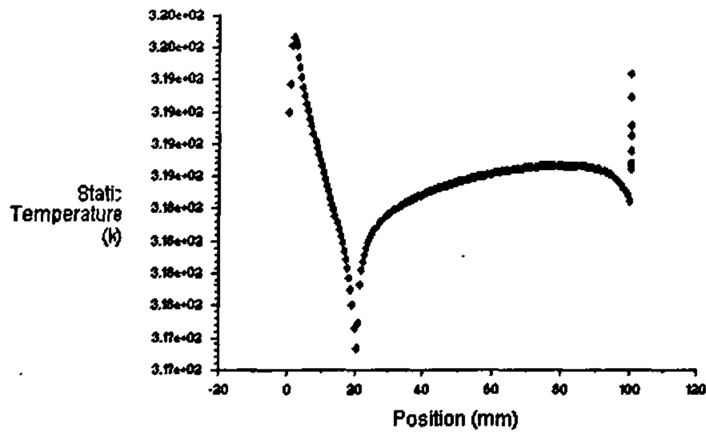


图 7.8 细长旋成导弹体对称面温度分布曲线

来流速度为U_x为 2 马赫在上面的条件下所得到的残差收敛史，压力分布图，速度分布图，温度分布图，速度矢量图，压力分布曲线图，速度分布曲线图，温度分布曲线图，分别如图 7.9，7.10，7.11，7.12，7.13，7.14，7.15，7.16 所示（只显示对称面部分）：

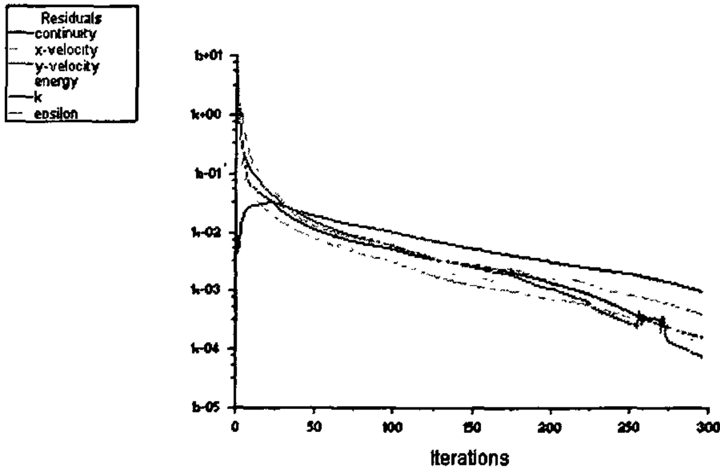


图 7.9 细长旋成导弹体对称面上残差收敛史

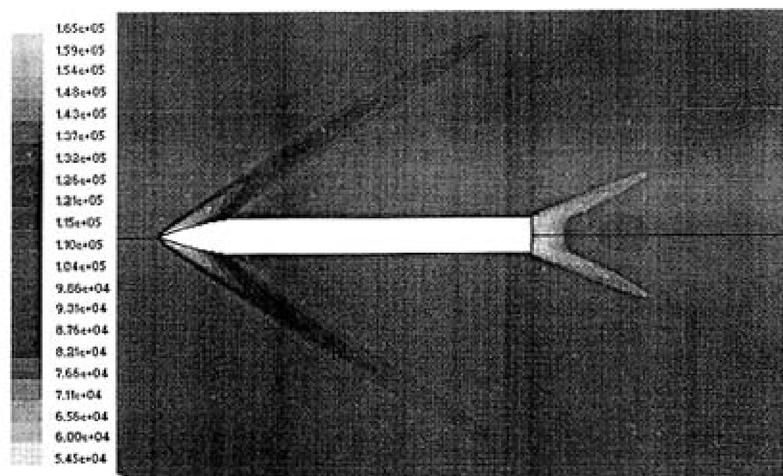


图 7.10　细长旋成导弹体对称面压力分布云图

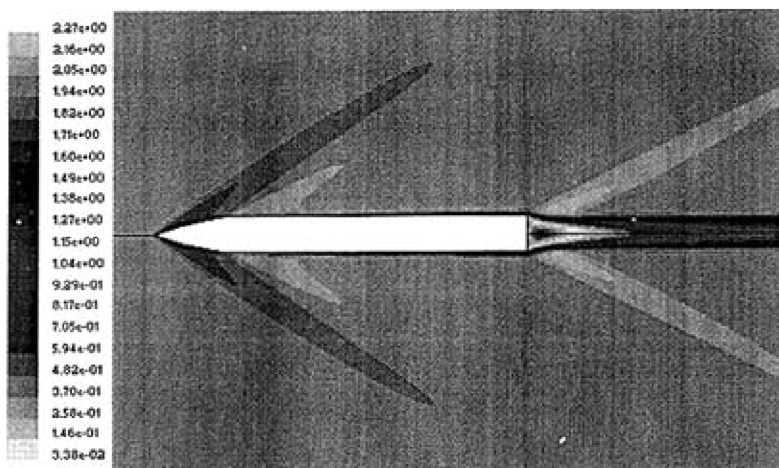


图 7.11　细长旋成导弹体对称面马赫数分布云图

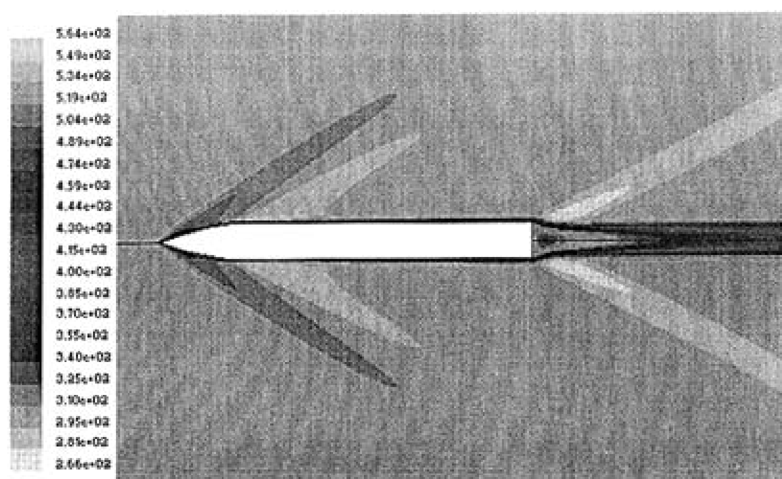


图 7.12　细长旋成导弹体对称面温度分布云图

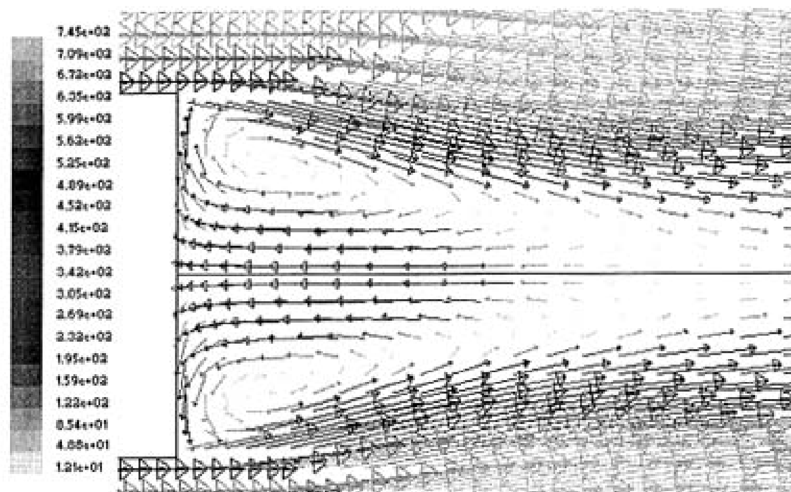


图 7.13　细长旋成导弹体尾部速度矢量图

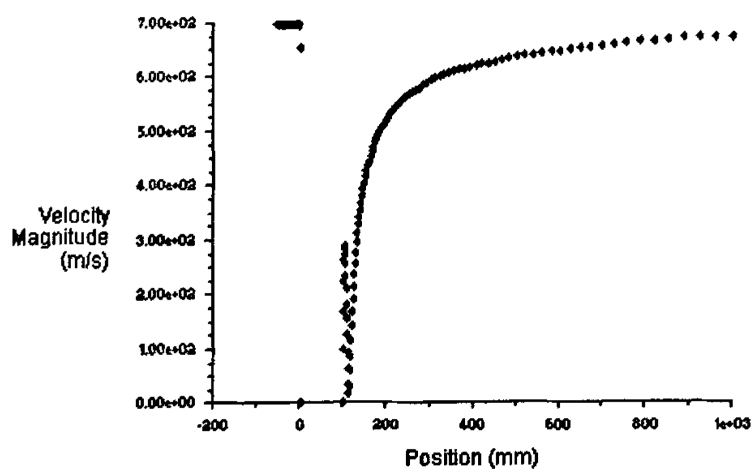


图 7.14 细长旋成导弹体壁面速度分布曲线

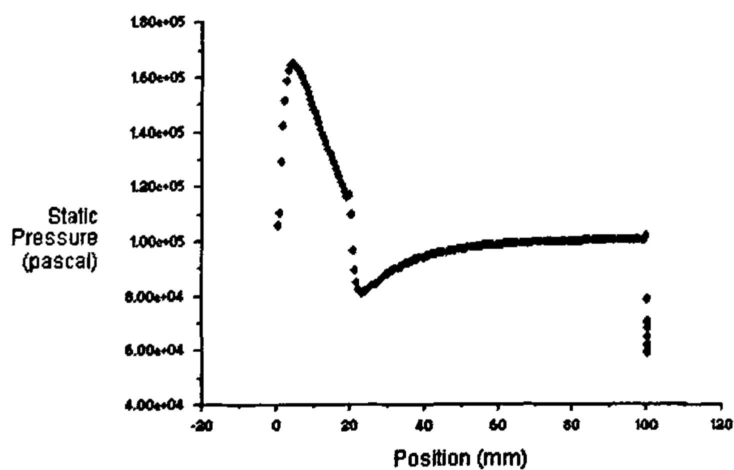


图 7.15 细长旋成导弹体壁面压力分布曲线

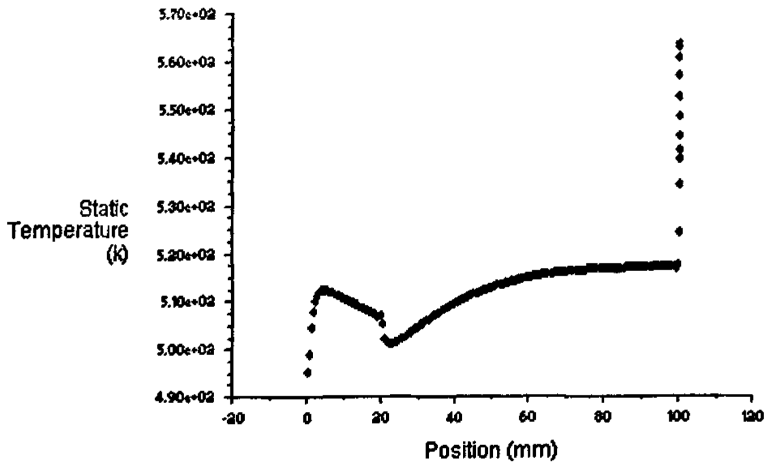


图 7.16　细长旋成导弹体壁面温度分布曲线

来流速度为 U_x 为不同马赫数时，阻力系数计算值与实验值如表 7.1 所示，阻力系数计算值和实验值比较如图 7.17 所示

表 7.1　阻力系数计算值与实验值及误差

马赫数	阻力系数计算值	阻力系数实验值	相对误差
0.6	0.3133	0.3089	0.4%
0.7	0.3226	0.3201	0.2%
0.8	0.3398	0.3307	0.5%
0.9	0.3849	0.3808	0.3%
1.2	0.4009	0.3862	3.8%
1.5	0.4512	0.4392	2.7%
1.6	0.4375	0.4301	1.7%
1.7	0.4235	0.4227	0.2%
1.8	0.4098	0.4089	0.2%
1.9	0.3971	0.3969	0.05%
2.0	0.3854	0.3878	0.6%
2.5	0.3369	0.3500	3.7%

3	0.3012	0.3119	3.4%

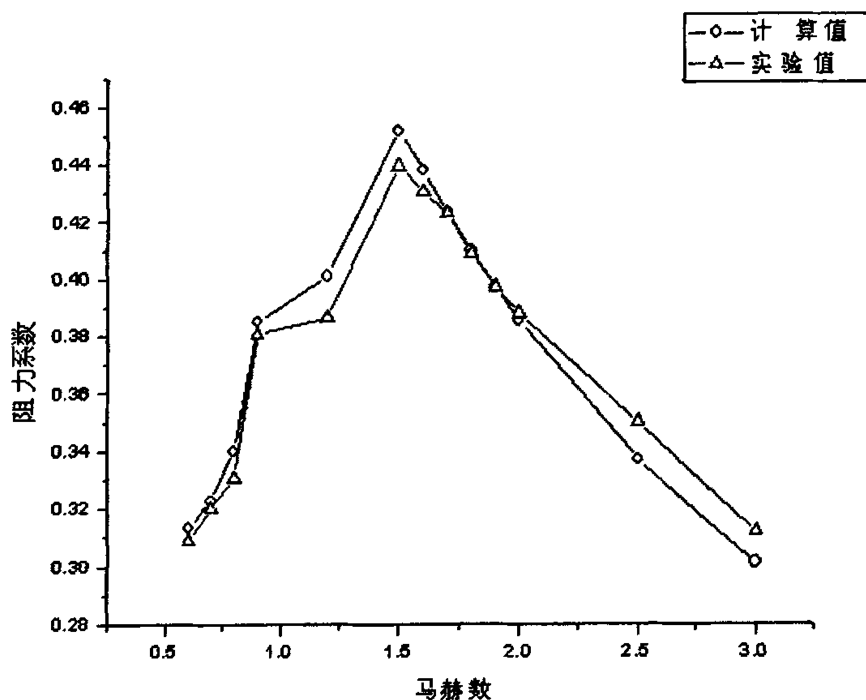


图 7.17　细长旋成导弹体阻力系数变化对比曲线

从图 7.17 可以看出不管在亚音速流时还是在超音速流时，对细长旋成导弹体计算的结果基本还是准确的。阻力系数都是在 1.5 马赫时达到最大。

7. 2　末制导弹体

末制导弹体，长细比为 8.5，圆柱长为 80，口径为 10，弹头为圆形，弹头半径为 5，在攻角$\alpha=0$，在1000×150的流场中的速度,温度,压力分布情况,这里仅反映对称面流场。这里边界条件是：+x 界面为入流边界条件U_x，$U_y=U_z=0$，-x 边界为出流边界条件，　导弹体周边流场定义为远场条件，对称面定义为对称边界条件

来流速度为U_x为 0.6 马赫，在上面的条件下所得到的残差收敛史,压力分布图，速度分布图，温度分布图，压力分布曲线图，速度分布曲线图，温度分布曲线图，速度矢

量图,分别如图7.18,7.19,7.20,7.21,7.22,7.23,7.24,7.25所示(只显示对称面部分):

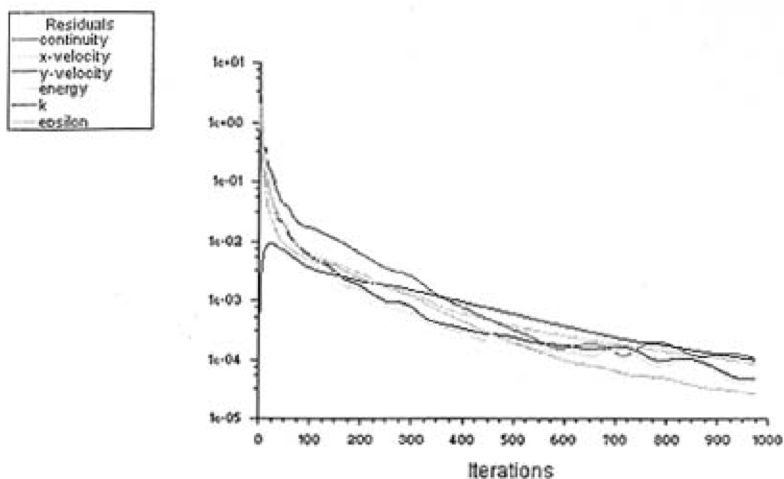


图 7.18 末制导弹体对称面上残差收敛史

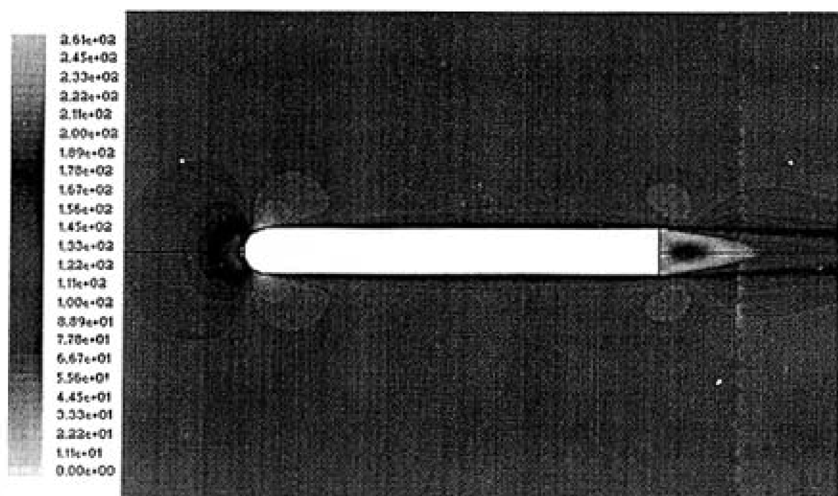


图 7.19 末制导弹体对称面上速度分布云图

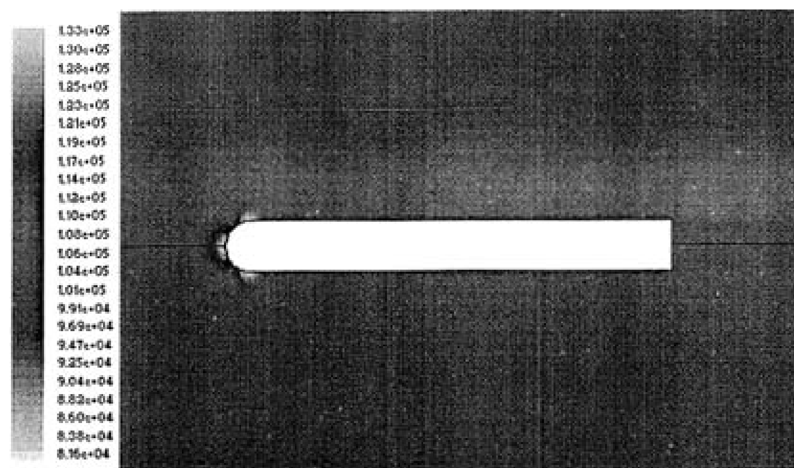


图 7.20 末制导弹体对称面上压力分布云图

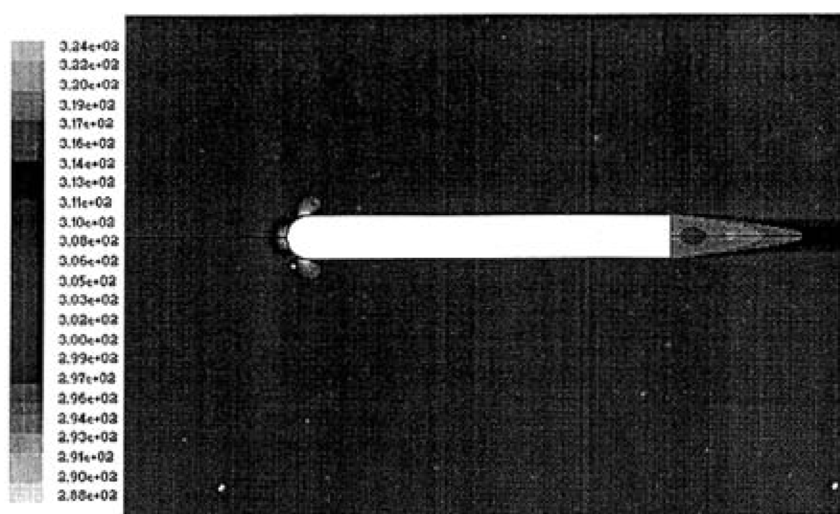


图 7.21 末制导弹体对称面上温度分布云图

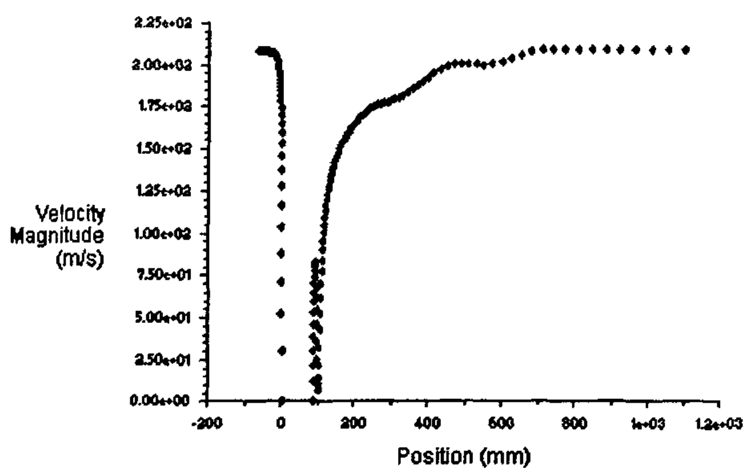


图 7.22 末制导弹体对称面上速度曲线分布

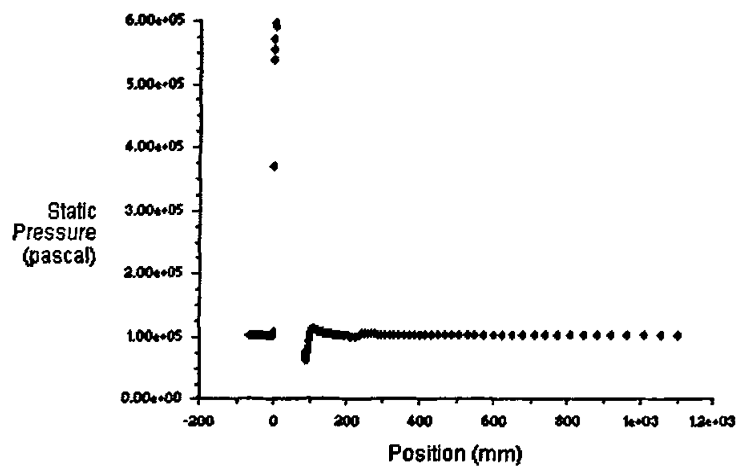


图 7.23 末制导弹体对称面上压力分布曲线图

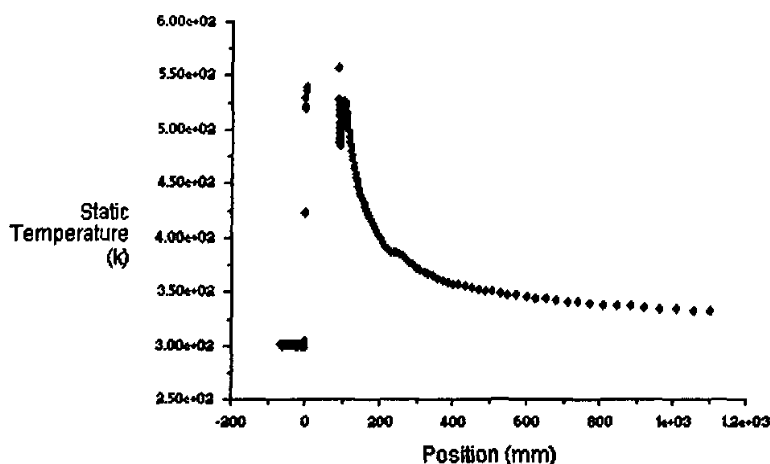


图 7.24 末制导弹体对称面上温度分布曲线图

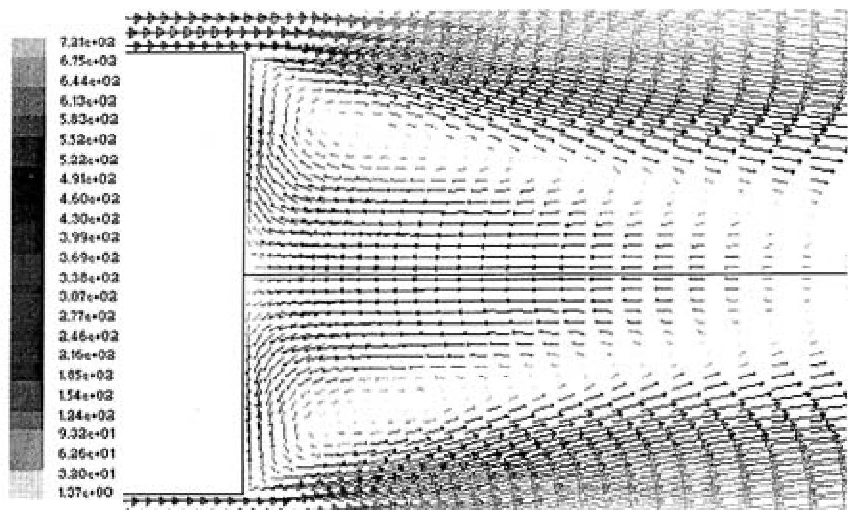


图 7.25 末制导弹体对称面上尾部速度矢量分布图

来流速度为 U_x 为 2.0 马赫，在上面的条件下所得到的残差收敛史，压力分布图，速度分布图，温度分布图，压力分布曲线图，速度分布曲线图，温度分布曲线图，速度矢量图，分别如图 7.26，图 7.27，图 7.28，图 7.29，图 7.30，图 7.31，图 7.32，图 7.33 所示（只显示对称面部分）：

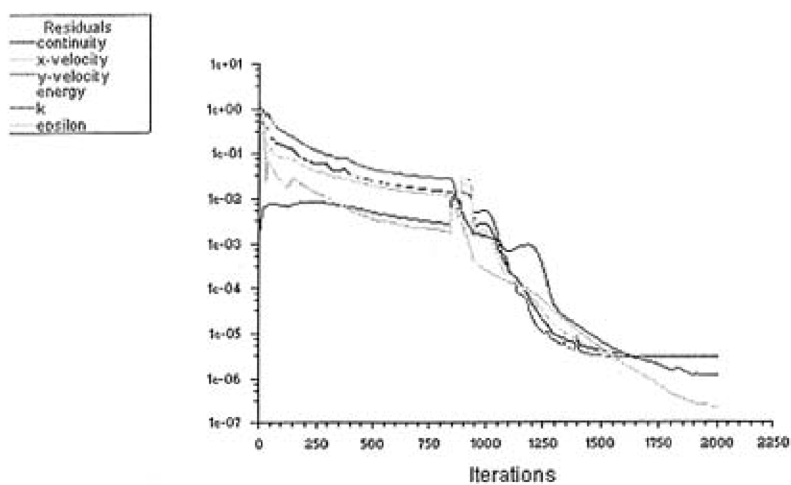


图 7.26 末制导弹体对称面上残差收敛史

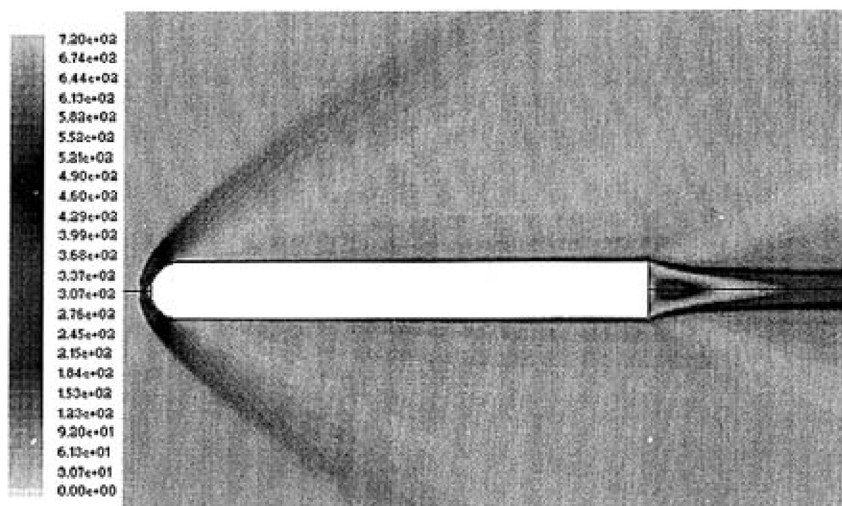


图 7.27 末制导弹体对称面上速度分布云图

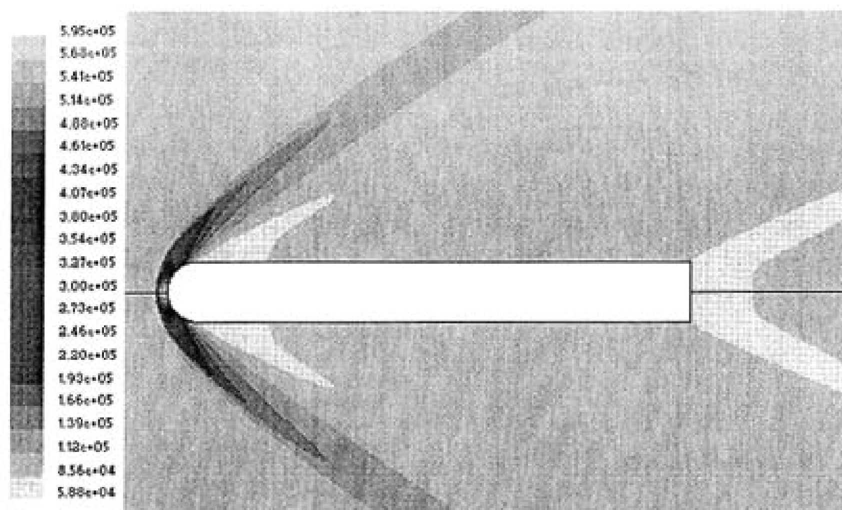


图 7.28 末制导弹体对称面上压力分布云图

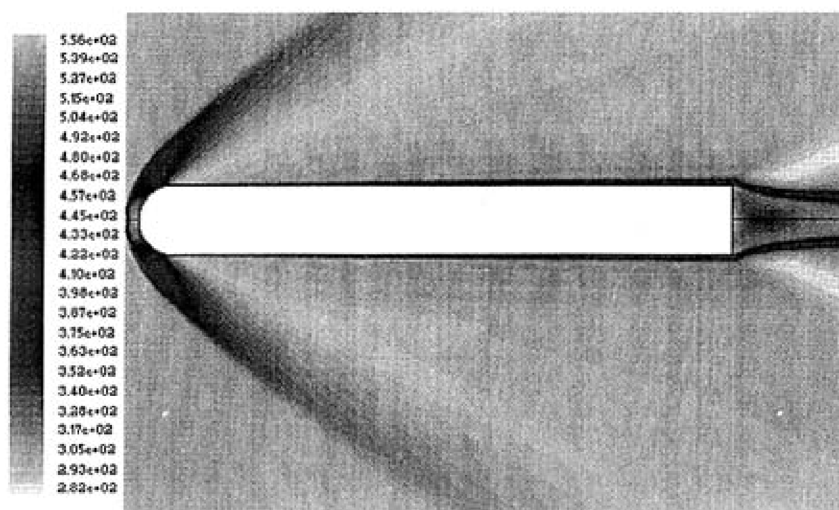


图 7.29 末制导弹体对称面上温度分布云图

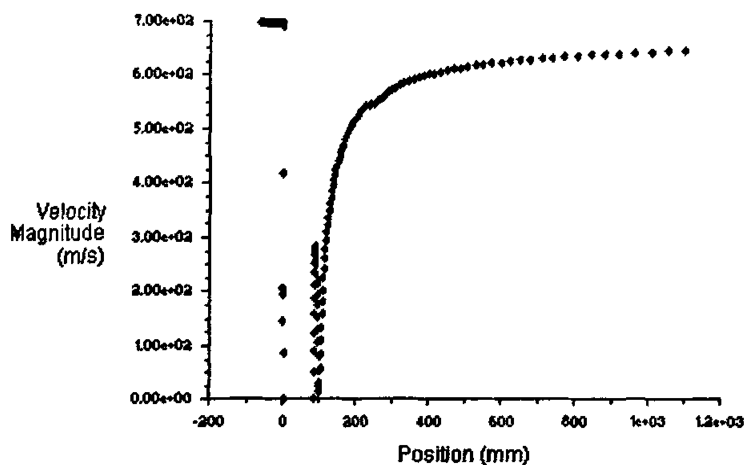


图 7.30 末制导弹体对称面上速度分布曲线图

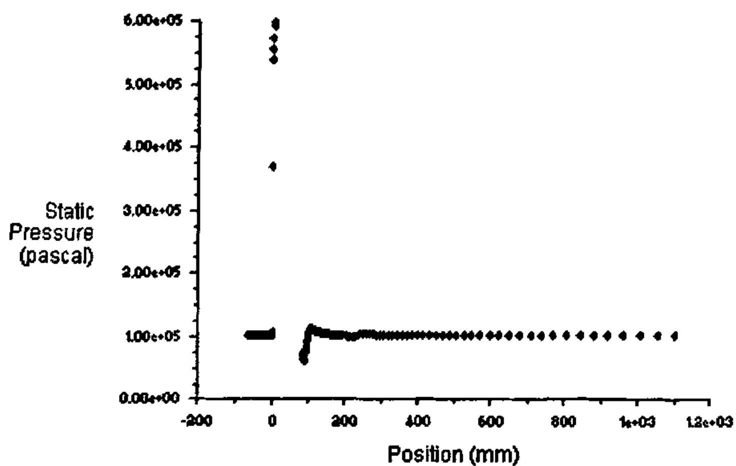


图 7.31 末制导弹体对称面上压力分布曲线图

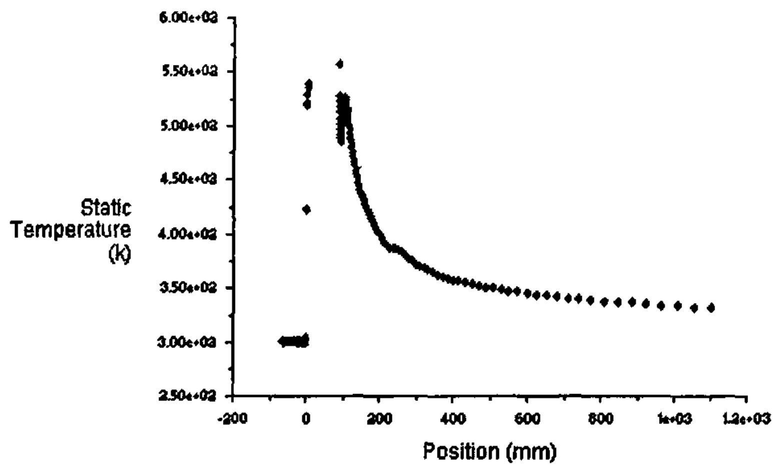


图 7.32 末制导弹体对称面上温度分布曲线图

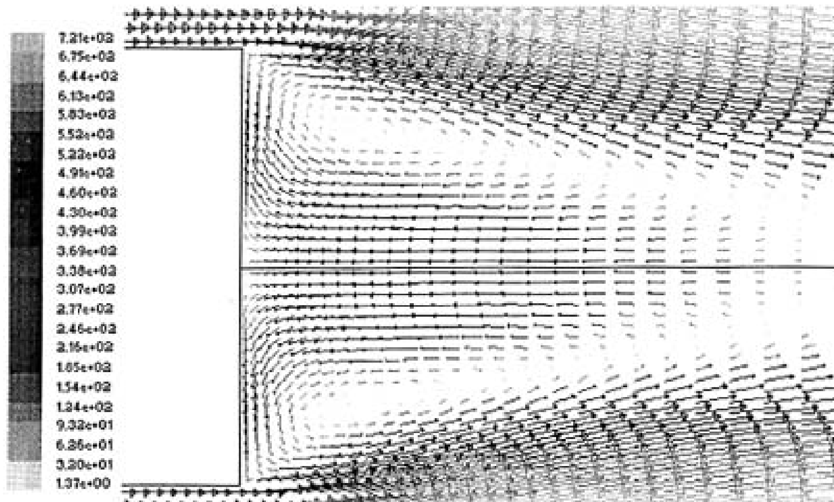


图 7.33 末制导弹体对称面上尾部速度矢量图

来流速度为 U_x 为不同马赫数时，阻力系数计算值和实验值如表 7.2 所示，阻力系数变化曲线图如图 7.34 所示

表 7.2 阻力系数计算值和实验值及误差

马赫数	阻力系数计算值	阻力系数实验值	相对误差
0.6	0.5157	0.5012	2.8%
0.7	0.5579	0.5447	2.4%
0.8	0.6432	0.6512	1.2%

0.9	0.7713	0.7680	0.4%
1.2	0.8297	0.8310	0.2%
1.5	0.9631	0.9695	0.6%
1.6	0.9811	0.9879	0.7%
1.7	0.9851	0.9858	0.2%
1.8	0.9928	0.9912	0.2%
1.9	1.0058	1.0051	0.05%
2.0	0.9994	0.9910	0.8%
2.5	0.9974	0.9991	0.7%
3	0.9851	0.9874	0.4%

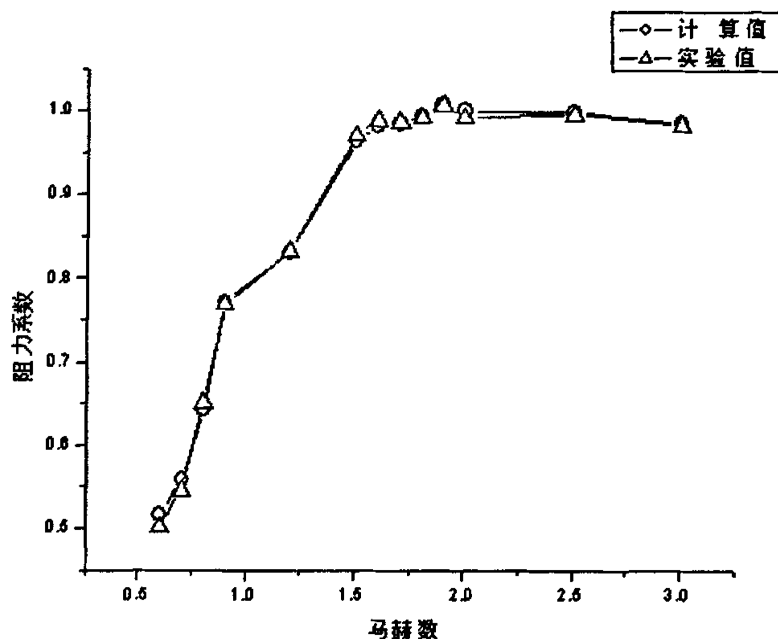


图 7.34　末制导弹体阻力系数变化对比曲线

7.3　结果分析

从表 7.1,图 7.17 和表 7.2,图 7.34 可以看出,阻力系数基本吻合,从图 7.13 和 7.3 可以看出,在两种类型导弹体尾部都出现涡流,从图 7.28, 图 7.29, 图 7.30 可以看出在

导弹体弹头部分有明显的激波现象,而从图7.2, 图7.3, 图7.4在导弹体弹头部分却看不出有明显的激波现象,这些图象、曲线都正确反映了高速飞行器流场的一些基本特征,对高速飞行器空气动力学数值分析有一定的意义。

7.4 小结

为了检验求解器的准确性,本章对超音速和亚音速流分别进行数值计算,并给出求解结果,计算结果表明, 不管在亚音速流计算还是在超音速流计算都是比较准确的。

结论

本文讨论了三维湍流流动的计算理论，从三维直角坐标系下的流动控制方程出发，介绍了直角坐标系下的三维流动控制方程，并给出了计算控制体中的离散方程。

对各种湍流模型进行详细对比，采用 $k-\varepsilon$ 湍流模型进行湍流的数值模拟。

详细介绍了三维 SIMPLE 算法，并应用三维 SIMPLE 算法进行不可压流场计算。编制了三维湍流流场计算的相应软件，并对细长旋成导弹体和末制导弹体的流动进行了数值计算，成功地模拟出流动现象。

由于编制和调试三维湍流流场计算程序工作量很大，需要的知识很多.尤其对每一个算例的调试是很费时的，所以还需要进行更多三维流场数值模拟，以进一步检验和修正本文的算法。

参考文献

[1]王平.非结构网格技术研究及复杂流场的数值模拟.北京航天航空大学博士学位论文.2002

[2]钟英杰,都晋燕,张雪梅.CFD 技术及在现代工业中的应用.浙江工业大学学报.2003(3):284-289

[3]马铁犹.计算流体动力学.北京:北京航空学院出版社，1986,6

[4]L.M.米尔恩-汤姆森[美]，李裕文等译.理论流体力学.北京.机械工业出版社,1984

[5]王福军. 计算流体动力学分析：CFD 软件原理与应用.北京清华大学出版社,2004

[6]H.K.Versteeg,W.Malalasekera,An Introduction to Computational Fluid Dynamics:The Finite Volume Method.Wiley,New York,1995

[7]Fluent Inc.,Fluent User’s Guide. Fluent Inc.,2003

[8](美)罗奇 PJ 著.计算流体力学.钟锡昌,刘学钟译.北京:科学出版社,1983

[9]W.Rodi,Turbulence model and their applicaton in hydrolics-a state of the art review.AIAA JOURNAL.29(11):1819-1935,1991

[10]庄礼贤,尹协远,马晖扬.流体力学.中国科学技术大学出版社, 1991

[11]李万平.计算流体力学.华中科技大学出版社,2004

[12]陶文铨.数值传热学.西安交通大学出版社,1988

[13]童秉刚,尹协远,朱克勤编著.涡运动理论.合肥:中国科学技术大学出版社,1994

[14]Miyata H.and Nishimura S.,Finite-difference simulation of nonlinear ship waves,J.Fluid Mench

[15]苗瑞生.发射气体气动力学.国防工业出版社,2006

[16]苗瑞生,居贤铭.导弹空气动力学.国防工业出版社,2006

[17]肖志祥,李凤蔚.三种湍流模型模拟能力的对比.西北工业大学学报,2002

[18]罗青山.三维粘性流数值模拟研究.武汉理工大学论文,2003

[19]刘导治著.计算流体力学基础.北京:北京航空航天大学出版社,1989

[20]Bradshaw P.The analogy between streamline curvature and buoyancy in

turbulent shear flow. J. Fluid Mech., 1969, Vol.36, pp.177- 191.

[21]Sloan DG., et al. Modeling swirl in turbulent tlow. Prog. Energy and Combustion science 1986, Vol.12

[22]王宝国，黄虹宾.叶轮机械跨声速及压声速流场的计算方法.北京:国防工业出版社，2000.

[23]封建湖.Navier-Stokes 方程粘性项的有限体积离散法研究.航空计算技术, 1995.

[24]谢中强、欧阳水吾.粘性流场三维 NS 方程有限体积法数值解.空气动力学学报，Vol.14, No.4, 1996.12

[25]Swanson, R.C. and Turkey E. On Central-Difference and Upwind Schemes, Journal of Computational Physics Vol.101, pp.292-306, 1992

[26]Peric M., A Finite Volume Method for the Prediction of Three-Dimensional Fluid Flow in Complex Ducts, Ph.D. Thesis, University of. London, 1985

[27]刘顺隆.计算流体力学.哈尔滨工程大学出版社.1998

[28]Jameson A., Schmidt W. and Terkel E., Numerical Simulation of the Euler Equation by Finite Volume Methods Using Runge-Kutta Time Stepping Schemes, AIAA-81-1259

[29]Hino T., A Study of Grid Dependence in Navier-Stokes Solutions for Free Surface Flows around a Ship Hull, J. of the Society of Naval Architects of Japan, Vol.176, 1994

[30]Cowels G. and Martinelli L., A Viscous Multiblock Flow Solver for Free-Surface Calculations on Complex Geometries, Proc. 23rd Symposium on Naval Hydrodynamics, 2000

[31](美)帕坦卡 SV 著.传热与流体流动的数值计算.张政译.北京:科学出版社, 1997

[32]Hino T., Numerical Simulation of Viscous Flow with a Free Surface around a ShipModel, J, of the Society of Naval Architects of Japan, Vol.161, 1987

[33]Yamada T. and Fumio K., An Arbitrary Lagrangian-Eulerian Finite Element Method for Incompressible Hyperelasticity, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol.102, 1993

[34]Hara M. K. and Miwa T., Finite Element Analysis of Wave Motion, International Towing Tank Conference, 1983

[35]Hughes T. J. R, Liu W. K. Wen and Zimmermann T. K., Lagrangian-Eulerian Finite Element Formulation for Incompressible Viscous Flows, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 29, 1981

[36]Rhie C. M. and Chow W. L., A Numerical Study of the Turbulent Flow Past an Isolated Airfoil with Trailing Edge Separation, AIAA Journal, 21, 1983

[37]Date A. W., Complete pressure correction algorithm for solution of incompressible Navier-Stokes equation on a non-staggered grid, Numerical Heat Transfer, Part B, 29(4), 1996

[38]Khosla P. K. and Rubin S. G., A Diagonally Dominant Second-Order Accurate ImplicitScheme, Compters Fluid, Vol. 2, 1974

[39]Shiu-Wu Chau, Numerical Investigation of Free-Stream Rudder Characteristics Using a Multi-Block Finite Volume Method, INSTITUT FUR SCHIFFBAU DER UNIVERSIT HAMBURG, Bericht Nr. 580, 1997

[40]Peric M., A Finite Volume Method for the Prediction of Three-Dimensional Fluid Flow in Complex Ducts, Ph. D. Thesis, University of London, 1985

[41]李炜著. 粘性流体的混合有限解析法. 北京:科学出版社, 2000

[42]Miyata H. and Nishimura S., Finite-difference simulation of nonlinear ship waves, J. Fluid Mech., 157: 327-357, 1985

[43]Miyata H., Finite-difference simulation of breaking waves, J. Comput. Phys., 65:179-214, 1986

[44]C. M. Rhie, W. L. Chow, numerical study of the turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation. AIAA Journal, 21:1525-1532, 1983

[45]Ohmori T. and Miyata H., Oblique Tow Simulation by a Finite-Volume Method, Journal of the Society of Naval Architects of Japan, Vol. 173, 1993

[46]Ohmori T., Fujino M., Miyata H. and Makoto K., A Study on Flow Field Around Full Ship Forms in Maneuvering Motion (1st Report: In Oblique Tow), Journal

of the Society of Naval Architects of Japan, Vol.176, 1994

[47]R.M.C. So,Y.G. Lai,H.S.Zhang,Second-order near-wall turbulence closures:a review.AIAA JOURNAL.29(11):1819-1835,1991

[48]Ohmori T., Fujino M., Makoto K., Katsumi T. and Miyata H., A Study on Flow Field Around Full Ship Forms in Maneuvering Motion, Journal of the Society of Naval Architects of Japan, Vol.179, 1996

[49]Larsson L., Numerical Viscous and Wave Resistance Calculations Including Interaction,Proc.13th Symp. on Naval Hydordynamics,Tokyo,1980

[50]颜庆津.数值分析.北京航天航空大学出版社,2004

[51](荷)欣茨JO著.湍流.黄永念,颜大椿译.北京:科学出版社,1987

[52]SAHU J. Numerical computations of transonic critical aerodynamic behavior [J]. AIAA J, 1990, 28(5):8072816.

[53]CHIMA R V, YOKOTA J W. Numerical Analysis of three-dimensional viscous internal flow [J]. AIAA J, 1990,28(5):7982806 .

[54]HARTWICH P M, HALL R M. Navier-Stokes solutions for vertical flows over a tangentgive cylinder [J]. AIAA J, 1990,28(7):117121179.

[55]Agarwal R K, Deese J E. Transonic Wing2body Calculations Using Euler Equations[C]. AIAA-83-0501,1983.

[56]张兆顺.湍流.北京:国防工业出版社，2002

[57]Rieger H, Jamson A. Solution of Steady Three2dimensional Compressible Euler and Navier Stokes Equations by an Implicit LU Scheme AIAA-88-619,1988.

[58]Jameson A, Yoon S.LU Implicit Schemes with Multiple Grids for Euler Equations[C]. AIAA-86-105,1986.

[59]Baldwin B S, Lomax H. Thin Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows[C]. AIAA-78-257, 1978.

[60]Karolyn Krlal S,Leonard Macalllter C. Aerodynamic Properties of a Family of Shell of Similar Shape-105mm XM380E5,XM380E6,and 155mm T387[R].February 1970

[61]Sturek WB, et al.Computations of Magnus Effects for a Yawed,Spinning Body of Revolution[C].AIAA Journal,1978,16(7)

[62]M. J.左克罗，J. D.霍夫曼.气体动力学.北京:国防工业出版社，1984.

[63]陆金甫，顾丽珍，陈景良.偏微分方程差分方法.北京:高等教育出版社,1988

[64]陆金甫，关冶.偏微分方程数值解法(第二版).北京:清华大学出版社，2004

攻读硕士学位期间所取得的研究成果

基于 ANSYS 对导弹尾翼进行模态分析.第一作者.弹箭与制导学报.2007.2

致谢

本文的研究工作是在我的导师陈国光教授的精心指导和悉心关怀下完成的，在我的学业和论文的研究工作中无不倾注着导师辛勤的汗水和心血。导师的严谨治学态度、渊博的知识、无私的奉献精神使我深受启迪。从尊敬的导师身上，我不仅学到了扎实、宽广的专业知识，也学到了做人的道理。在今后的学习、生活和动作中我将切实铭记导师的教诲。

在多年的学习生活中，还得到了田晓丽老师，魏志芳老师及实验室其他老师的热情关心和帮助，他们严谨的治学态度、丰富的实践经验、科学的工作方法、新颖的学术思想、塌实的工作作风，使学生倍受启迪，在此表示衷心的感谢。在论文工作及日常生活中，我的师兄唐红等也给予了我很大帮助，在此向他们表示由衷的感谢！感谢全体教研究室的老师和同学在学习和生活中给予的支持和帮助。

最后，衷心地感谢在百忙之中评阅论文和参加答辩的各位专家、教授！

万方数据 WANFANG DATA 文献链接

高速飞行器空气动力学数值分析

作者： 张艳军
学位授予单位： 中北大学

相似文献(10条)

1.期刊论文 张艳军.雷美荣.ZHANG Yan-jun.LEI Mei-rong 高速飞行器空气动力学数值分析 -机械管理开发

2009,24(6)

高速飞行器空气动力学数值分析是以计算流体力学为基础的准确、高效和实用的一种方法.基于这种数值分析,选用流体运动的控制微分方程,定义专门的边界模型条件,对高速飞行器的流场进行数值分析,得出了在0攻角下高速飞行器流场的速度分布、压力分布、及温度分布,飞行器数值分析的阻力系数和风洞实验阻力系数进行比较,比较结果表明有一致性,从而验证了模型选用的正确性.

2.学位论文 董葳 高速飞行器气动加热问题的数值模拟研究 1999

该研究直接来源于航天工业总公司对高速飞行器性能评估的要求,目的就是要结合现代计算技术的发展,分析国外相同领域的发展动向,将先进的技术引入到中国高速飞行器的实际设计工作中来,用来提供准确的流场特性及其热环境.通过研究数值模拟技术存在的各种问题,提出改进解决的方案,促进数值模拟技术更进一步的发展,使求解雷诺平均Navier-Stokes方程组的数值模拟技术,随着计算机的发展,达到工程实际应用的程度.该文在有限体积的方法中引入TVD格式的概念,通过求解守恒型纳维埃-斯托克斯方程组数值模拟超音速或高超音速流动问题,解决高速飞行器的气动加热计算问题,对于流过每个单元表面无粘流通量的计算采用二阶精度的TVD格式,对于粘性流通量的计算采用上风/下风平均变量的中心差分方法,在构造二阶精度TVD格式过程中,提出了针对不同的流动问题,在计算中采用不同的流通矢量修正项,从而既保证了解满足熵条件,又减少了人工粘性的影响.该文提出了准确求解热边界层的网格尺度准则,发展了数值计算方法,能精确地预测了高马赫数高雷诺飞行条件下钝体弹头的传热.完成了并行算法在实际气动参数计算工作中的应用.该文的研究知用于从亚单速到超音速,空域从超低空到中高空及多种气动布局的气动力和气动加热计算.该文的计算方法已应用于解决复杂形状飞行器高马赫数高雷诺数条件下的气动加热问题,完成了导弹大马赫数飞行条件下的气动加热热流率的计算.

3.会议论文 赵平安.夏新林.艾青 高速飞行器表面气动对流换热数值分析 2008

采用计算流体力学（CFD）商业软件对高速飞行器进行了整体数值仿真研究，基于雷诺平均N-S方程，利用非结构网格的有限体积法进行了求解，分析了飞行器表面的气动换热特性。研究了飞行器表面温度对于气动对流换热的影响，为飞行器的热环境计算和飞行器的设计提供可靠参考依据。

4.会议论文 杨云军.周伟江.姜维 高速飞行器减阻杆非定常气动特性研究 2009

本文采用时空高精度方法对钝头飞行器头部减阻杆附近的非定常流动进行数值模拟，探索减阻杆非定常分离流动产生的机理，分析减阻杆非定常气动力的脉动特性和非定常载荷的脉动特性。研究表明，激波与分离旋涡的相互干扰是构成非定常气动特性的根源；真实飞行过程中的载荷脉动频率接近于飞行器结构的固有频率，对飞行的飞行安全构成威胁。

5.期刊论文 范绪箕.董葳 计算流体力学在飞行器研制中的应用 -民用飞机设计与研究2004,""(4)

本文以高速飞行器气动计算为例,介绍了计算流体力学在飞行器设计中建模及应用.计算流体力学在飞行器设计中的应用是伴随着计算机技术及空气动力学的发展而发展的.从较早的从宏观角度出发求解Euler方程,N-S方程,到考虑真实气体影响带化学反应和电离的N-S方程的求解,以及从微观角度出发用蒙特卡洛法对气体分子运动直接模拟求解,即代表计算动力学理论的发展,也是现今计算机技术发展的结果.本文讨论的是计算流体力学应用问题,包括数学模型的选择,计算方法的选用,及其在飞行器设计中特殊问题上的应用.

6.学位论文 李永宏 多孔发汗冷却控制及数值模拟 2007

多孔发汗冷却是降低高温条件下工作部件(如火箭、导弹、飞船等高速飞行器的表面)的温度的有效措施。为了使高温下工件材料表面不被烧蚀，有较长的使用寿命，而又不能改变材料的形状，采用多孔发汗冷却技术是非常有效的手段。因此，随着工业技术的高速发展，多孔发汗冷却技术已受到了越来越多重视。

由于多孔材料结构十分复杂，所以其内部流动和换热过程也非常复杂，在研究过程中既要考虑湍流，又要考虑传热、传质甚至化学反应。内部结构不规律性，造成了内部阻力的不均匀性，所以多孔材料内部的流动与换热规律的研究非常困难。目前，多孔发汗冷却的大多数研究工作仅限于冷却剂对高温气体边界层的破坏以及使对流减弱的效果；而对多孔介质内部的传热过程及温度分布进行的研究很少。对发汗冷却问题的完整的物理模型和数学模型的描述应该包括多孔介质内部和主流区的流动与换热。

因此，本文将主要工作放在多孔介质内部的传热过程规律的研究上。多孔介质由于其内部结构的复杂性和无规律性，使得传热规律的研究成为当前的重点问题，对复杂无规律的模型作适当简化是首要的任务。本文首先假定多孔介质各向均匀同性，在此基础上推导出无化学反应、不可压缩发汗剂情况下多孔材料内部流体与介质换热的能量控制方程，然后通过计算流体力学软件对多孔材料发汗冷却进行二维数值模拟计算。模拟计算了不同孔隙率和不同冷却剂流量情况下的多孔材料内部温度分布。在温度分布和速度分布分析计算的基础上，进一步揭示了多孔材料发汗冷却机理，为多孔发汗冷却在工程应用中的推广提供参考依据。

7.会议论文 陈兰.胡汉东 高速旋转再入飞行器防热层热滞后数值计算 2000

该文利用数值方法研究了高速飞行器有攻角旋再入时出现防热层热滞后现象。该方法在空间离散上采用分块的有限体积法，时间推进采用四阶龙格-库塔积分。实践表明该数值计算稳定，时间精度高，可以很好的模拟复杂防热结构瞬态温度场非定常热响应过程。

8.会议论文 唐伟.桂业伟 热防护与热结构性能计算软件系统HEATips简介 2009

热防护问题是制约高速飞行器研制水平的主要因素之一。从计算网格、热环境、热响应、热应力、烧蚀等角度研究开发了热防护与热结构性能计算软件系统HEATips，介绍软件系统HEATips的计算功能、结构及部分典型计算结果。

9.会议论文 耿湘人.张涵信.沈清.高树椿 高速飞行器流场与固体结构温度场一体化计算新方法研究及其应用 2003

基于LevelSet的原理,本文探索和研究了一种不需作流/固耦合迭代的一体化计算方法,通过将气体流动和固体结构传热用统一的方程组进行描述并用统一的方法进行求解,避免了流、固之间的耦合迭代问题.为了验证方法的可靠性,本文对高焓高超声速气流绕二维不锈钢圆管的流动、气动加热以及结构热响应问题进行了计算,结果与实验符合很好.在此基础上本文将方法成功应用到了高速飞机沿飞行轨道飞行时的热环境和结构热响应计算中.

10.学位论文 王魁 高速湍流流场气动光学传输效应的计算机仿真研究 2007

随着新军事技术变革的到来，各种无人驾驶精确制导的飞行器对信息获取的精确性和时效性的依赖程度大幅度地提高，采用光学成像探测跟踪制导和追求高速飞行，已成为当代各种精确制导武器的必然发展趋势。随着这两项技术的广泛应用，气动光学问题也应运而生。飞行器速度越高，采用光学成像探测制导系统的精确制导武器气动光学效应越严重，并严重影响到探测的精度。气动光学问题已经成为这两种技术同时应用的瓶颈，该领域的研究进展将直接影响高速飞行器光学探测系统的精确性，影响新一代精确打击武器的发展。气动光学效应包括：气动热效应、气动热辐射效应和气动光学传输效应。前两种效应降低了导引头对目标的探测的信噪比；后一种效应降低了导引头对目标的探测、跟踪和识别的能力。

气动光学所处的工作条件相当苛刻，除了超音速气流的要求外，往往还涉及高温、高压、强光辐射、有毒和强腐蚀等复杂环境，试验成本相当高，因而数值模拟已经成为气动光学理论研究的一个重要手段和工具。本研究就是针对气动光学传输效应的基础性问题：流场介质折射率变化是影响光学传输最直接的因素，即针对光线穿过高速湍流流场作定性分析和定量计算而开展的气动光学传输效应计算机仿真研究工作。

本文在概述了气动光学效应的全貌基础上，研究了国内外气动光学效应及计算机仿真的历史与现状。在描述气动光学传输效应光学理论之后，分析了气

动光学传输效应定量研究方法，结合现有的高速湍流流场数据，结合了基于随机相位屏的相位屏思想与基于湍流结构研究的分界面厚度方法，研究了分界面厚度方法在气动光学传输效应计算机仿真中的作用，并实现了一个高速流场气动光学传输效应的计算机仿真软件。

在课题小组的研究的基础上，着重进行了如下的研究：

1．气动光学传输效应的定量研究方法气动光学的定量研究是成功运用计算机进行仿真的关键，方法的选择对于仿真结果有着重要的影响。因此本文从工程应用角度研究了气动光学传输效应的定量研究方法，即传统的实验方法、统计方法和近些年兴起的随机相位屏法、湍流结构研究方法。并利用随机相位屏方法实现了大气湍流的仿真计算，为后续的气动光学仿真打下了基础。

2．分析了现有的高速湍流流场数据分析现有CFD (计算流体力学)流场数据，对于感性理解流场特征，合理正确采用仿真方法有着一定的指导意义。本文分别从概率、统计、分布函数、图像重现等多角度分析了、比较了流场数据。

3．利用分界面厚度方法进行了气动光学失真波前仿真详细介绍了基于湍流结构研究的分界面厚度模型，并通过 eikonal 方程推导了分界面厚度方法。结合随机相位屏法和折射率分界面方法针对特定速度，高度的流场进行了气动光学失真波前的仿真，分析了结果。 4．软件的设计与实现详细介绍了高速流场气动光学传输效应计算机仿真软件的设计与实现。

本文中的仿真研究表明：高速湍流中高梯度分界面产生大尺度气动光学失真，能较好利用折射率分界面厚度模拟气动光学效应，采用该方法对气动光学效应进行仿真，仿真光程差的相对误差不超过4%。分界面厚度方法对于气动光学失真的预测与校正具有一定的指导意义，也可用于控制高速流场，抑制气动光学失真的研究。

本文链接：http://d.g.wanfangdata.com.cn/Thesis_Y1102098.aspx

授权使用：北京理工大学(北京理工大学)，授权号：df0c2401-c969-41e9-9486-9e22011b3ba7

下载时间：2010年11月2日